Департамент Смоленской области по образованию и науке
Смоленское областное государственное бюджетное
профессиональное образовательное учреждение
«Гагаринский многопрофильный колледж»

КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

по учебной дисциплине ___**ОУД.04 Математика**__________________

(индекс и наименование учебной дисциплины)

Специальность __36.02.01 Ветеринария______________

(код, наименование)

г. Гагарин
2021 г.

Комплект КОС разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки от 17 мая 2012 года № 413 (с изменениями и дополнениями), рабочей программы ОУД. 04 Математика, утвержденной в 2021 году

Составитель: Стрижекозина Е.А., преподаватель СОГБПОУ «Гагаринский многопрофильный колледж»

Рассмотрены и одобрены предметно-цикловой комиссией преподавателей и мастеров технических специальностей и профессий

Протокол № 2

от «01» 10 2021 г.

Председатель предметно-цикловой комиссии

_________ / Смирнова Л.А.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств ………………… 2

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке … 6

3. Оценка освоения учебной дисциплины………………………………. 9

4. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины ……… 15

5. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине …………………………………………………. 123

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

В результате освоения учебной дисциплины *математика* обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС СОО следующими личностными, метапредметными и предметными результатами :

• ***личностные*:**

Л1 сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;

Л2 понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;

Л3 развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

Л4 овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

Л5 готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

Л6 готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;

Л7 готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

Л8 отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

• ***метапредметные*:**

М1умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

М2 умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

М3 владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

М4 готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

М5 владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
М6 владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
М7 целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;
• ***предметные*:**
П1. сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
П2. сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
П3 владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
П4 владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
П5 сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
П6 владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
П7 сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
П8 владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;

Формами промежуточной аттестации по дисциплине является дифференцированный зачет и *экзамен*

2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих личностных, метапредметных и предметных результатов

Результаты обучения	**Основные показатели оценки результата**	**Формы и методы контроля иоценки результатов обучения**
П 1-4 Л 1 – Л 8 М 1- М 8	Выполнение арифметические действия над числами; Правильное нахождение значений степени, логарифма. Выполнение преобразования логарифмических и тригонометрических функций; Определение значения математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Определение целей и задач изучения математики при освоении специальностей СПО. Изучение истории развития комбинаторики, теориивероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики Развитие морального сознания и компетентности в решении моральных проблем на основе личностного выбора, Формирование нравственных чувств и нравственного поведения, осознанного и ответственного отношения к собственным поступкам	Наблюдение за обучающимися на аудиторных занятиях. Наблюдение и экспертная оценка результатов деятельности обучающихся на практических Взаимопроверка и взаимооценка обучающихся на практических занятиях; самопроверка и самооценка выполненных заданий. *Практические работы* *Дифференцированный зачет* *Экзамен*

	Формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, преподавателями	
П 1-3, 5,8 Л 1 – Л 8 М 1- М 8	Дает определение основных свойств функций. Владеет навыками построения графиков тригонометрических функций	Наблюдение за обучающимися на аудиторных занятиях. Наблюдение и экспертная оценка результатов деятельности обучающихся на практических Взаимопроверка и взаимооценка обучающихся на практических занятиях; самопроверка и самооценка выполненных заданий. *Практические работы* *Дифференцированный зачет* *Экзамен*
	Ориентируется в нахождении производных элементарных функций Записывает определение свойств функцийс помощью производной; Правильно строит графиков с помощью производной Записывает формулы для решения задач на отыскание наибольшего и наименьшего значений функции. Определение значения математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Определение целей и задач изучения математики при освоении специальностей СПО. Изучение истории развития комбинаторики, теориивероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики Развитие морального сознания и компетентности в решении моральных проблем на основе личностного выбора, Формирование нравственных чувств и нравственного поведения, осознанного и ответственного отношения к собственным поступкам Формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве	

	со сверстниками, преподавателями	
П 1-3, 6, 8 Л 1 – Л 8 М 1- М 8	Построение чертежей многогранников и круглых тел по условию задач. Вычисление геометрических величин в простейших стереометрических задачах Правильно выбирает верное решение задач через доказательства и рассуждения. Знает формулы для вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел Определение значения математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Определение целей и задач изучения математики при освоении специальностей СПО. Изучение истории развития комбинаторики, теориивероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики Развитие морального сознания и компетентности в решении моральных проблем на основе личностного выбора, Формирование нравственных чувств и нравственного поведения, осознанного и ответственного отношения к собственным поступкам Формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, преподавателями	Наблюдение за обучающимися на аудиторных занятиях. Наблюдение и экспертная оценка результатов деятельности обучающихся на практических Взаимопроверка и взаимооценка обучающихся на практических занятиях; самопроверка и самооценка выполненных заданий. *Практические работы* *Дифференцированный зачет* *Экзамен*
П 1-3, 7,8 Л 1 – Л 8 М 1- М 8	Дает определение понятий и законов при решении простейших комбинаторных задач методом перебора, а так же с использованием известных формул Правильно использует приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни Определение значения математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Определение целей и задач изучения	Наблюдение за обучающимися на аудиторных занятиях. Наблюдение и экспертная оценка результатов деятельности обучающихся на практических Взаимопроверка и взаимооценка обучающихся на практических занятиях; самопроверка и самооценка выполненных заданий.

	математики при освоении специальностей СПО. Изучение истории развития комбинаторики, теориивероятностей и статистики и их роль в различных сферах человеческой жизнедеятельности. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики Развитие морального сознания и компетентности в решении моральных проблем на основе личностного выбора, Формирование нравственных чувств и нравственного поведения, осознанного и ответственного отношения к собственным поступкам Формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, преподавателями	*Практические работы* *Дифференцированный зачет* *Экзамен*

3. Оценка освоения учебной дисциплины

3.1. Формы и методы оценивания

Критерии оценивания тестовых заданий

«отлично» («5») - - 98% - 100%
«хорошо» («4») - 83% - 97%
«удовлетворительно» («3») - 62% - 82%
«неудовлетворительно» («2») -. до 61%

Критерии ошибок

При оценке знаний, умений и навыков учащихся следует учитывать все ошибки (грубые и негрубые) и недочеты.

Грубыми считаются следующие ошибки:

1) незнание определения основных понятий, законов, правил, основных положений теории, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин, единиц их измерения;
2) незнание наименований единиц измерения;
3) неумение выделить в ответе главное;
4) неумение применять знания для решения задач и объяснения явлений;
5) арифметические ошибки;
6) неумение делать выводы и обобщения;
7) неумение пользоваться первоисточниками, учебником и справочниками;
8) нарушение техники безопасности;
9) небрежное отношение к оборудованию, приборам, материалам.

Негрубыми считаются следующие ошибки:

1) неточность формулировок, определений, понятий, законов, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного-двух из этих признаков второстепенными;
2) ошибки при снятии показаний с измерительных приборов, не связанные с определением цены деления шкалы (например, зависящие от расположения измерительных приборов, оптические и др.);
3) нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план устного ответа (нарушение логики, подмена отдельных основных вопросов второстепенными);
4) нерациональные методы работы со справочной и другой литературой.

Недочетами являются:

1) нерациональные приемы вычислений и преобразований, выполнения опытов, наблюдений, заданий;
2) небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков;
3) орфографические и пунктуационные ошибки.

Оценка устных ответов учащихся

Ответ оценивается

отметкой «5», если ученик:

• показывает глубокое и полное знание и понимание всего объема программного материала; полное понимание сущности рассматриваемых понятий, явлений и закономерностей, теорий, взаимосвязей;

• умеет составить полный и правильный ответ на основе изученного материала; выделять главные положения, самостоятельно подтверждать ответ конкретными примерами, фактами; самостоятельно и аргументировано делать анализ, обобщения, выводы. Устанавливать межпредметные (на основе ранее приобретенных знаний) и внутрипредметные связи, творчески применять полученные знания в незнакомой ситуации. Последовательно, четко, связно, обоснованно и безошибочно излагать учебный материал; давать ответ в логической последовательности с использованием принятой терминологии; делать собственные выводы; формулировать точное определение и истолкование основных понятий, законов, теорий; при ответе не повторять дословно текст учебника; излагать материал литературным языком; правильно и обстоятельно отвечать на дополнительные вопросы учителя. Самостоятельно и рационально использовать наглядные пособия, справочные материалы, учебник, дополнительную литературу, первоисточники; применять систему условных обозначений при ведении записей, сопровождающих ответ; использование для доказательства выводов из наблюдений и опытов;

• самостоятельно, уверенно и безошибочно применяет полученные знания в решении проблем на творческом уровне; допускает не более одного недочета, который легко исправляет по требованию учителя; имеет необходимые навыки работы с приборами, чертежами, схемами и графиками, сопутствующими ответу; записи, сопровождающие ответ, соответствуют требованиям.

• полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником,

• изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;

• правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;

• показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;

• продемонстрировал сформированность и устойчивость используемых при отработке умений и навыков, усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов;

• отвечал самостоятельно без наводящих вопросов учителя. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Ответ оценивается

• отметкой «4», если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5»,но при этом имеет один из недостатков

: • в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;

• допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию учителя;

•допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию учителя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

• неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала (определенные «Требованиями к математической подготовке учащихся»);

• имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;

• ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;

• при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

• не раскрыто основное содержание учебного материала;

•обнаружено незнание или непонимание учеником большей или наиболее важной части учебного материала;

• допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

Отметка «1»

• Ставится за полное незнание изученного материала, отсутствие элементарных умений и навыков, а также в случае неявки на аттестационное мероприятие без уважительной причины либо применение шпаргалок, не разрешенных технических средств и устройств, иных способов нечестного выполнения работы.

• Ставится за необоснованный отказ отвечать.

Оценка письменных самостоятельных и контрольных работ по математике

Отметка «5»

1. Выполнил работу без ошибок и недочетов;
2. Допустил не более одного недочета.
3. В работах с избыточной плотностью заданий допускается выставление отметки «5» в соответствии с заранее оговоренным нормативом

Отметка «4»

1. Выполнил работу полностью, но допустил в ней не более одной негрубой ошибки (за исключением решения количественных физических задач) и одного недочета или не более двух недочетов.
2. В работах с избыточной плотностью заданий допускается выставление отметки «4» в соответствии с заранее оговоренным нормативом.

Отметка «3»

1. Правильно выполнил не менее половины работы или допустил:
   - не более двух грубых ошибок;
   - или не более одной грубой и одной негрубой ошибки и одного недочета;
   - или не более двух-трех негрубых ошибок;
   - или выполнил решение количественной физической задачи по действиям без вывода рабочей формулы при наличии правильного ответа
   - или одной негрубой ошибки и трех недочетов;
   - или при отсутствии ошибок, но при наличии четырех-пяти недочетов.
2. В работах с избыточной плотностью заданий допускается выставление отметки «3» в соответствии с заранее оговоренным нормативом.

Отметка «2»

1. Допустил число ошибок и недочетов превосходящее норму, при которой может быть выставлена отметка «3»;
2. Правильно выполнил менее части работы, достаточной для выставления отметки «3».

Отметка «1» ставится, если ученик:

1. Не приступал к выполнению работы;
2. Применил шпаргалки, не разрешенные технические средства и устройства, иные способы нечестного выполнения работы. Примечание. Учитель имеет право поставить ученику оценку выше той, которая предусмотрена нормами, если учеником оригинально выполнена работа.

Отметка «1» ставится, если ученик:

1. Не приступал к выполнению работы;
2. Применил шпаргалки, не разрешенные технические средства и устройства, иные способы нечестного выполнения работы.

Примечание. Учитель имеет право поставить ученику оценку выше той, которая предусмотрена нормами, если учеником оригинально выполнена работа.

Работа, состоящая из примеров:

«5» - без ошибок.

«4» - 1 грубая и 1 – 2 негрубые ошибки.

«3» - 2 – 3 грубые и 1 – 2 негрубые ошибки или 3 более негрубые ошибки.

«2» - 4 и более грубых ошибки,

«1» 1. Не приступал к выполнению работы; 2. Применил шпаргалки, не разрешенные технические средства и устройства, иные способы нечестного выполнения работы.

Работа, состоящая из задач:

«5» - без ошибок.

«4» - 1 – 2 негрубые ошибки.

«3» - 1 грубая и 3 – 4 негрубые ошибки.

«2» - 2 и более грубых ошибки.

«1» 1. Не приступал к выполнению работы; 2. Применил шпаргалки, не разрешенные технические средства и устройства, иные способы нечестного выполнения работы.

Комбинированная работа:
«5» - без ошибок.
«4» - 1 грубая и 1 – 2 негрубые ошибки, при этом грубых ошибок не должно быть в задаче.
«3» - 2 – 3 грубые и 3 – 4 негрубые ошибки, при этом ход решения задачи должен быть верным
. «2» - 4 и более грубых ошибки.
«1» 1. Не приступал к выполнению работы; 2. Применил шпаргалки, не разрешенные технические средства и устройства, иные способы нечестного выполнения работы.

Таблица1

Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля					
	Текущий контроль		Рубежный контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые П, М., Л	Форма контроля	Проверяемые П, М., Л	Форма контроля	Проверяемые П, М., Л
Раздел 1. Развитие понятия о числе	Практическая работа №1 -6	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3	Контрольная работа №1	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3	дифференцированный зачет	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3
Раздел 2. Корни, степени и логарифмы	Практическая работа №7-11	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3	Контрольная работа №2	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3		
Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве.	Практическая работа №12	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П6			дифференцированный зачет	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3, П6
Раздел 4. Комбинаторика. Элементы теории вероятностей и математической статистики.	Практическая работа №13	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П7			экзамен	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П7
Раздел 5. Координаты и векторы.	Практическая работа №14, 15	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П7	Контрольная работа №3	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П7	экзамен	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П7
Раздел 6. Основы тригонометрии.	Практическая работа 20-25	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П4	Контрольная работа №5	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П4	экзамен	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П4
Раздел 7. Функции, их свойства и графики.	Практическая работа №17,18	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П5-8	Контрольная работа№4	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П5-8	экзамен	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П5-8

Раздел 8. Многогранники и тела их вращения.	Практическая работа 27-32	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П5-8	Контрольная работа№6	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П5-8	экзамен	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П5-8
Раздел 9. Начала математического анализа.	Практическая работа34,35	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П5	Контрольная работа№7	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П5	экзамен	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П5
Раздел 10. Уравнения и неравенства.	Практическая работа 38-41	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П4	Контрольная работа№8	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П4	экзамен	Л 1 – Л 8 М 1- М 7 П1- П3 П4

4. Типовые задания для оценки освоения учебной дисциплины

4.1. Типовые задания для оценки П1-П8, М1-М7, Л1-Л8 (текущий контроль)

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

Повторение школьной алгебры: «Действительные числа»

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Повторить знания уч-ся в теме: «Преобразование числовых и буквенных выражений».
2. Организовать деятельность уч-ся по переводу своих знаний от усвоения отдельных фактов и понятий к их обобщению в целостную систему знаний.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, справочные пособия по алгебре, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. С помощью справочных пособий по алгебре повторить:

а) правила действий над обыкновенными дробями;

б) формулы сокращенного умножения;

в) способы разложения выражения на множители;

г) правило сокращения дробей.

2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Правила действий над обыкновенными дробями:

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd};\qquad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd};\qquad \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$$

Формулы сокращенного умножения:

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2;\quad a^2-b^2=(a+b)(a-b);$$

$$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2);\qquad (a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$$

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

<u>Вариант 1.</u>

1. Вычислите значение выражения: $\left(\left(2{,}15-1\frac{5}{16}\right):33{,}5+5\frac{1}{7}\cdot3{,}85-15{,}7\right)\cdot\frac{8}{11}+2{,}25$.

2. Упростите выражение: $\left(\frac{x+10}{5x+25}-\frac{1}{x+5}\right)\frac{5}{x-5}-\frac{10}{x^2-25}$.

<u>Вариант 2.</u>

1. Вычислите значение выражения: $\left(75:4\frac{1}{6}-3\frac{9}{23}\cdot3\right)\left(1\frac{5}{18}+0{,}35-\frac{11}{15}\right):1{,}4$.

2. Упростите выражение: $\frac{y^2}{y^2-1}+\frac{1}{y^2-1}:\left(\frac{2}{2y-y^2}-\frac{1}{2-y}\right)$.

<u>Вариант 3.</u>

1. Вычислите значение выражения: $45{,}09:1{,}5-\left(2\frac{1}{3}\cdot4\frac{1}{2}-2{,}5\cdot2\frac{1}{2}\right):4\frac{1}{4}$.

2. Упростите выражение: $\frac{2m}{m^2-4}-\frac{2}{m^2-4}:\left(\frac{m+1}{2m-2}-\frac{1}{m-1}\right)$.

<u>Вариант 4.</u>

1. Вычислите значение выражения: $\left(3\frac{1}{3}\cdot6{,}6+2:12{,}75\right):\left(\frac{2}{3}-\frac{20}{51}+1\frac{16}{17}\right):2{,}5$.

2. Упростите выражение: $\frac{3a}{a^2-9}-\frac{3}{a^2-9}:\left(\frac{a+2}{3a-3}-\frac{1}{a-1}\right)$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2

Повторение школьной алгебры: «Действительные числа»

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Содействовать отработке и усвоению навыка вычислений действительных чисел.

2. Развивать вычислительные навыки, логическое мышление.

3. Способствовать воспитанию целеустремленности, работоспособности, внимательности.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, справочные пособия по алгебре, микрокалькуляторы.

1. Орг. момент.

2. Проверка дом.задания.

1. Записать в виде десятичной дроби:

2) $\frac{8}{11}$; 4) - $\frac{3}{4}$; 6) $\frac{13}{99}$.

2. Выполнить действия и записать результат в виде десятичной дроби:

2) $\frac{8}{13}+\frac{2}{3}$; 4) $\frac{1}{6}$ +0,33; 6) $\frac{7}{9}\cdot 1{,}7$.

3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

а) 1,(55); б) -0,(8).

5. Вычислить:

$$0{,}364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0{,}125 + 2\frac{1}{2}\cdot 0{,}8.$$

3. Работа по вариантам.

I вариант

1) Упростите выражение.

А) $3(x+y)^2 - 6xy$

б) $\frac{2a+2b}{b}\cdot\left(\frac{1}{a-b}-\frac{1}{a+b}\right)$

2) Решите уравнение.

А) $3(0{,}5x-4)+8{,}5x=18$

б) $4x^2+4x+1=0$

в) $\frac{x-1}{2}=\frac{4+2x}{3}$

3) Решите систему неравенств.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} \geq 0 \\ 1-3x \leq 2x-1 \\ 3-x<0 \end{cases}$$

4) Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 8x+3y=-21 \\ 4x+5y=-7 \end{cases}$$

5) Найдите область определения функции. $y=\frac{\sqrt{3x^2-4x-15}}{7-2x}$

6) Выполнить действия: $0{,}4 \cdot 2\frac{1}{2} \cdot (4{,}2 - 1\frac{3}{40}) - 4\frac{1}{8} + 1\frac{5}{6}$

II вариант

1) Упростите выражение.

А) $4ab + 2(a-b)^2$

б) $\left(\frac{1}{m-n} - \frac{1}{m+n}\right) : \frac{2}{3m-3n}$

2) Решите уравнение.

А) $5(2+1{,}5x) - 0{,}5x = 24$

б) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

в) $\frac{3x-2}{5} = \frac{2+x}{3}$

3) Решите систему неравенств.

А) $\begin{cases} \frac{x}{2} \le 0 \\ 2 - x > 0 \\ 2 - x \ge 2x + 1 \end{cases}$

4) Решите систему уравнений.

А) $\begin{cases} 4x - 6y = 26 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$

5) Найдите область определения функции. А) $y = \frac{\sqrt{3x^2 - x - 14}}{2x+5}$

6) Выполнить действия:$(7\frac{2}{3} + 6{,}5 \cdot \frac{4}{13}) : (8{,}75 \cdot \frac{2}{5} - 4\frac{1}{2})$

Практическая работа № 3

Тема. Понятие комплексных чисел. (Действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.)

Цель: закрепить ранее изученный материал по теме «Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде»;

Студент должен знать:

- формулы вычисления над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.

Студент должен уметь:

- выполнять действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.

Теоретическое обоснование

Комплексным числом называется выражение $a+bi$, где a и b – действительные числа, а I – некоторый символ.

Суммой комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 + z_2 = (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$$

Разностью комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 - z_2 = (a+bi)-(c+di) = (a-c)+(b-d)i$$

Произведением комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 \cdot z_2 = (a+bi)\cdot(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

Частным комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a+bi)}{(c+di)}\cdot\frac{(c-di)}{(c-di)} = \frac{ac+cbi-adi-bd(i)^2}{c^2-(di)^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{cb-ad}{c^2+d^2}i$$

Модулем комплексного числа $z = a+bi$ называется число

$$|z| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$$

<u>Пример № 1.</u> Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа $z = 1+i$

Решение:

Здесь $a=1$, $b=1$ (точка, изображающая данное число, лежит в I четверти);

$r = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$; $tg\varphi = \frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1$; $\varphi = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$

<u>Пример № 2.</u> Выполнить действия $z_1 = 4+2i$; $z_2 = 1-5i$

Решение:

1) $z_1 + z_2 = (4+2i)+(1-5i) = (4+1)+(2i-5i) = 5-3i$;

2) $z_1 - z_2 = (4+2i)-(1-5i) = (4-1)+(2i+5i) = 3+7i$;

3) $z_1 \cdot z_2 = (4+2i)\cdot(1-5i) = 4\cdot 1 + 1\cdot 2i - 4\cdot 5i - 2i\cdot 5i = 4+2i-20i-10(i)^2 =$

$= 4+10-18i = 14-18i$;

4) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{(4+2i)}{(1-5i)}\cdot\frac{(1+5i)}{(1+5i)} = \frac{(4\cdot 1)+(1\cdot 2i)+(4\cdot 5i)+(2i\cdot 5i)}{(1-5i)\cdot(1+5i)} = \frac{4+2i+20i+10(i)^2}{1^2-(5i)^2} =$

$= \frac{4-10+22i}{1+25} = -\frac{6}{26}+\frac{22}{26}i = -\frac{3}{13}+\frac{11}{13}i$

Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа:

1. $z=-5i$
2. $z=2+i$
3. $z=2-2i$
4. $z=4i$
5. $z=2-3i$
6. $z=2+3i$
7. $z=-3-4i$
8. $z=0{,}2+0{,}1i$
9. $z=0{,}8-1{,}1i$
10. $z=3+4i$
11. $z=3-4i$
12. $z=10-5i$
13. $z=5-4i$
14. $z=3+2i$
15. $z=1+i$
16. $z=4+5i$
17. $z=-3-8i$
18. $z=7+4i$
19. $z=-6+2i$
20. $z=6-2i$
21. $z=5+6i$
22. $z=7+i$
23. $z=-2+8i$
24. $z=2-9i$
25. $z=8i$
26. $z=5+4i$
27. $z=-7+i$
28. $z=6-5i$
29. $z=15-3i$
30. $z=-5-8i$

Выполнить действия:

31. $z=-5i$ и $z=-5-8i$
32. $z=2+i$ и $z=15-3i$
33. $z=2-2i$ и $z=6-5i$
34. $z=4i$ и $z=-7+i$
35. $z=2-3i$ и $z=5+6i$
36. $z=2+3i$ и $z=5+4i$
37. $z=-3-4i$ и $z=0,2+0,1i$
38. $z=0,2+0,1i$ и $z=0,8-1,1i$
39. $z=0,8-1,1i$ и $z=10-5i$
40. $z=0,8-1,1i$ и $z=4i$
41. $z=10-5i$ и $z=2+i$
42. $z=5-4i$ и $z=3+2i$
43. $z=1+i$ и $z=-5i$
44. $z=-3-8i$ и $z=8i$
45. $z=5+6i$ и $z=3-4i$
46. $z=5+6i$ и $z=-5i+5$
47. $z=-8-2i$ и $z=4+5i$
48. $z=2i-3$ и $z=2+3i$
49. $z=1+2i$ и $z=2-9i$
50. $z=3-4i$ и $z=2-9i$
51. $z=10-5i$ и $z=7+4i$
52. $z=5+4i$ и $z=-3-8i$
53. $z=7+i$ и $z=-5-8i$
54. $z=-2+8i$ и $z=-3-8i$
55. $z=2-9i$ и $z=6-2i$
56. $z=5+4i$ и $z=7+i$
57. $z=-7+i$ и $z=10-5i$
58. $z=6-5i$ и $z=15-3i$
59. $z=15-3i$ и $z=-3-4i$
60. $z=-5-8i$ и $z=-3-8i$

Контрольные вопросы

1. Что такое модуль комплексного числа?

2. Как найти аргумент комплексного числа?

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.

2. Решить задание № 2 и записать его ответ.

3. Устно ответить на контрольные вопросы.

Практическая работа № 4

Тема. Действия с действительными и комплексными числами. (Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме).

Цель: развивать логическое мышление, пространственное воображение; исследовать элементарные действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Студент должен знать:

- формулы вычисления над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме

Студент должен уметь:

- выполнять действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.

Теоретическое обоснование

Комплексным числом называется выражение $a+bi$, где a и b – действительные числа, а I – некоторый символ.

Модулем комплексного числа $z=a+bi$ называется число

$$|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$$

6. $z=2+3i$	12. $z=10-5i$
13. $z=5-4i$	22. $z=7+i$
14. $z=3+2i$	23. $z=-2+8i$
15. $z=1+i$	24. $z=2-9i$

16. $z = 4+5i$

17. $z = -3-8i$

18. $z = 7+4i$

19. $z = -6+2i$

20. $z = 6-2i$

21. $z = 5+6i$

25. $z = 8i$

26. $z = 5+4i$

27. $z = -7+i$

28. $z = 6-5i$

29. $z = 15-3i$

30. $z = -5-8i$

Выполнить действия умножения и деления:

31. $z = -5i$ и $z = -5-8i$

32. $z = 2+i$ и $z = 15-3i$

33. $z = 2-2i$ и $z = 6-5i$

34. $z = 4i$ и $z = -7+i$

35. $z = 2-3i$ и $z = 5+6i$

36. $z = 2+3i$ и $z = 5+4i$

37. $z = -3-4i$ и $z = 0{,}2+0{,}1i$

38. $z = 0{,}2+0{,}1i$ и $z = 0{,}8-1{,}1i$

39. $z = 0{,}8-1{,}1i$ и $z = 10-5i$

40. $z = 0{,}8-1{,}1i$ и $z = 4i$

41. $z = 10-5i$ и $z = 2+i$

42. $z = 5-4i$ и $z = 3+2i$

43. $z = 1+i$ и $z = -5i$

44. $z = -3-8i$ и $z = 8i$

45. $z = 5+6i$ и $z = 3-4i$

46. $z = 5+6i$ и $z = -5i+5$

47. $z = -8-2i$ и $z = 4+5i$

48. $z = 2i-3$ и $z = 2+3i$

49. $z = 1+2i$ и $z = 2-9i$

50. $z = 3-4i$ и $z = 2-9i$

51. $z = 10-5i$ и $z = 7+4i$

52. $z = 5+4i$ и $z = -3-8i$

53. $z = 7+i$ и $z = -5-8i$

54. $z = -2+8i$ и $z = -3-8i$

55. $z = 2-9i$ и $z = 6-2i$

56. $z = 5+4i$ и $z = 7+i$

57. $z = -7+i$ и $z = 10-5i$

58. $z = 6-5i$ и $z = 15-3i$

59. $z = 15-3i$ и $z = -3-4i$

60. $z = -5-8i$ и $z = -3-8i$

Контрольные вопросы

1. Что такое модуль комплексного числа?

2. Где используется *формула Муавра*?

3. Как преобразовать комплексное число из тригонометрического вида в алгебраический вид.

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.

2. Решить задание № 2 и записать его ответ.

3. Устно ответить на контрольные вопросы.

Практическая работа №5.

Практическая работа №6

Тема: Степени с действительными показателями и их свойства.

Цель: Повторить определение степени с рациональным показателем и свойства степени с рациональным показателем

Задачи:

1.Обобщить и систематизировать знания по теме «Степени и их свойства»

2.Продолжить отрабатывать:

а) вычислительные навыки;

б) умение устанавливать причинно-следственную связь, получая решение в общем виде;

в) рефлексивное умение оценивать полученные результаты решения и их достоверность;

г) рефлексивные навыки самоконтроля в режиме самостоятельной работы.

3.Развивать:

а) логическое мышление.

б) зрительную, слуховую и моторную память.

4. Способствовать развитию у обучающихся грамотной математической речи, мышления (умения обобщать и систематизировать, строить аналогии).

5.Воспитывать ответственность.

1. Актуализация целей урока.

Цель нашего урока - повторить определение и свойства степени с рациональным показателем, применение свойств при решении упражнений.

Вспомним теорию.

1) Определение. Арифметическим корнем n-й степени ($n \in N$, $n \geq 2$) из неотрицательного числа а называется такое неотрицательное число, n – я степень которого равна а.

$$\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, \quad n \in N$$

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|, \quad n \in N$$

$$\sqrt[nk]{a^{mn}} = \sqrt[k]{a^{m}}, \quad при \quad a \geq 0$$

2) Определение. Степень с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}}, \quad где \quad m \in Z, n \in N, a > 0;$$

Если

$$\frac{m}{n} > 0, \quad то \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}} \quad при \quad a \geq 0.$$

3) Свойства степени с рациональным показателем:

При a > 0, b > 0, p и q - рациональные числа:

а) $a^{p} \cdot a^{q} = a^{p+q}$

б) $\frac{a^{p}}{a^{q}} = a^{p-q}$

в) $(a^{p})^{q} = a^{pq}$

г) $(ab)^{p} = a^{p} \cdot b^{p}$

д) $(\frac{a}{b})^{p} = \frac{a^{p}}{b^{p}}$

4. Тренировочные упражнения.

1) Базовый уровень.

№1.Найдите значение выражения.

$$\sqrt[3]{6-2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{6+2\sqrt{17}}$$

Ответ. -2.

№2. Упростите выражение.

$$\frac{c \cdot c^{-\frac{1}{5}}}{\sqrt[5]{c^4}}$$

Ответ. 1.

№3.Найдите значение выражения.

$$\left(\frac{0{,}5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}} + \frac{(2-a)^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2}\right) : (2a-a^2)^{-\frac{3}{4}} = 1$$

$$1)\ \frac{2 \cdot 0{,}5a^{\frac{1}{4}} + (2-a)^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2 \cdot (2-a)^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}};$$

$$2)\ \frac{1 \cdot a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}} = 1$$

Ответ. 1

№4.Упростить выражение

$$125^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} - 5 \cdot 49^{\frac{1}{2}}$$

Ответ. $7\sqrt{5} - 35$.

№5. Решите уравнения.

а) $x^{1\backslash 3}=4$

б) $y^{1\backslash 3} =25$

в) $(x+6)^{1\backslash 2} = 3$

5. Задания для самостоятельной работы с последующей проверкой.

Вычислить:

Вариант 1.

1.Вычислить: а) $27^{\frac{-2}{3}}$ б) $5(\sqrt{27}-\sqrt{3}):\frac{2}{\sqrt{3}}$

2. Упростить выражение: а)$(x^{3/8})^{-5/6}$ б) $x^{\frac{1}{2}} * x^{\frac{3}{4}}$

3. Решить уравнение: $x^{\frac{1}{3}} = 3$

Вариант 2.

1. Вычислить: а) $8^{\frac{2}{3}} - 3\left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{1}{2}}$ б) $\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$

2. Упростить выражение:

а) $x^{\frac{1}{2}} * x^{\frac{3}{4}}$ б) $x^{-\frac{1}{3}} : x^{\frac{3}{4}}$

3. Решить уравнение: $x^{\frac{1}{6}} - \frac{1}{2} = 0$

Контрольная работа по теме «Действительные и комплексные числа»

1 вариант **2 вариант**

1. Вычислите:

1 вариант

$z_1 = -5 - 0{,}7i$

$z_2 = 3{,}5 + 0{,}2i$

а) $z_1 + z_2 =$

б) $z_1 - z_2 =$

в) $z_1 \cdot z_2 =$

г) $z_1 : z_2 =$

2 вариант

$z_1 = 7{,}3 + 1{,}5i$

$z_2 = -2 - 3i$

а) $z_1 + z_2 =$

б) $z_1 - z_2 =$

в) $z_1 \cdot z_2 =$

г) $z_1 : z_2 =$

2. Найти модуль числа

Z=-5+12i Z=12-5i

3. Представить в тригонометрической форме:

Z=√3-i Z=-√3+i

4. Выполнить действия:

1 вариант

а) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) \cdot 3\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

б) $10\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) : 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

в) $\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)^6$

2 вариант

а) $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) \cdot 5\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

б) $3\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) : \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

в) $\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{12}$

5. Представить в виде обыкновенной дроби:

0,77777…..; 2,34444 . 0,222222…..; 3,255555 .

6. Выполнить действия

$0{,}4 \cdot 2\frac{1}{2} \cdot (4{,}2 - 1\frac{3}{40}) - 4\frac{1}{8} + 1\frac{5}{6}$. $(7\frac{2}{3} + 6{,}5 \cdot \frac{4}{13}) : (8{,}75 \cdot \frac{2}{5} - 4\frac{1}{2})$

Практическая работа №6

Тема: Степени с действительными показателями и их свойства.

Цель: Повторить определение степени с рациональным показателем и свойства степени с рациональным показателем

Задачи:

1.Обобщить и систематизировать знания по теме «Степени и их свойства»

2.Продолжить отрабатывать:

а) вычислительные навыки;

б) умение устанавливать причинно-следственную связь, получая решение в общем виде;

в) рефлексивное умение оценивать полученные результаты решения и их достоверность;

г) рефлексивные навыки самоконтроля в режиме самостоятельной работы.

3.Развивать:

а) логическое мышление.

б) зрительную, слуховую и моторную память.

4. Способствовать развитию у обучающихся грамотной математической речи, мышления (умения обобщать и систематизировать, строить аналогии).

5.Воспитывать ответственность.

1. Актуализация целей урока.

Цель нашего урока - повторить определение и свойства степени с рациональным показателем, применение свойств при решении упражнений.

Вспомним теорию.

1) Определение. Арифметическим корнем n-й степени (n $\in$ N, n $\geq$ 2) из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число, n – я степень которого равна a.

$$\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, \quad n \in N$$

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |\, a \,|, \quad n \in N$$

$$\sqrt[nk]{a^{mn}} = \sqrt[k]{a^{m}}, \quad при \quad a \geq 0$$

2) Определение. Степень с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}}, \quad где \quad m \in Z, n \in N, a > 0;$$

Если

$$\frac{m}{n} > 0, \quad то \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}} \quad при \quad a \geq 0.$$

3) Свойства степени с рациональным показателем:

При a > 0, b > 0, p и q - рациональные числа:

а) $a^{p} \cdot a^{q} = a^{p+q}$

б) $\dfrac{a^{p}}{a^{q}} = a^{p-q}$

в) $(a^{p})^{q} = a^{pq}$

г) $(ab)^{p} = a^{p} \cdot b^{p}$

д) $(\dfrac{a}{b})^{p} = \dfrac{a^{p}}{b^{p}}$

4. Тренировочные упражнения.

1) Базовый уровень.

№1.Найдите значение выражения.

$$\sqrt[5]{6-2\sqrt{17}}\cdot\sqrt[5]{6+2\sqrt{17}}$$

Ответ. -2.

№2. Упростите выражение.

$$\frac{c\cdot c^{-\frac{1}{5}}}{\sqrt[5]{c^4}}$$

Ответ. 1.

№3.Найдите значение выражения.

$$\left(\frac{0{,}5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}}+\frac{(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2}\right):(2a-a^2)^{-\frac{3}{4}}=1$$

$$1)\ \frac{2\cdot 0{,}5a^{\frac{1}{4}}+(2-a)^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2\cdot(2-a)^{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}};$$

$$2)\ \frac{1\cdot a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}=1$$

Ответ. 1

№4.Упростить выражение

$$125^{\frac{1}{2}}+8^{\frac{1}{3}}\cdot 5^{\frac{1}{2}}-5\cdot 49^{\frac{1}{2}}$$

Ответ. $7\sqrt{5}-35$.

№5. Решите уравнения.

а) $x^{1\backslash 3}=4$

б) $y^{1\backslash 3}=25$

в) $(x+6)^{1\backslash 2} = 3$

5. Задания для самостоятельной работы с последующей проверкой.

Вычислить:

Вариант 1.

1.Вычислить: а) $27^{\frac{-2}{3}}$ б) $5(\sqrt{27}-\sqrt{3}):\frac{2}{\sqrt{3}}$

2. Упростить выражение: а)$(x^{3/8})^{-5/6}$ б) $x^{\frac{1}{2}} * x^{\frac{3}{4}}$

3. Решить уравнение: $x^{\frac{1}{3}} = 3$

Вариант 2.

1. Вычислить: а) $8^{\frac{2}{3}} - 3\left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{1}{2}}$ б) $\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$

2. Упростить выражение:

а) $x^{\frac{1}{2}} * x^{\frac{3}{4}}$ б) $x^{-\frac{1}{3}} : x^{\frac{3}{4}}$

3. Решить уравнение: $x^{\frac{1}{6}} - \frac{1}{2} = 0$

: а) $8^{\frac{2}{3}} - 3\left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{1}{2}}$ б) $\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$

2. Упростить выражение:

а) $x^{\frac{1}{2}} * x^{\frac{3}{4}}$ б) $x^{-\frac{1}{3}} : x^{\frac{3}{4}}$

3. Решить уравнение: $x^{\frac{1}{6}} - \frac{1}{2} = 0$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

«Корни натуральной степени из числа и их свойства»

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование выражений, содержащих радикалы».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Дайте определение корня n-ой степени. Что такое арифметический корень n-ой степени?

   б) Перечислите свойства арифметических корней n-ой степени.

2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{-27}$.
2. Решите уравнение: $x^4 = -16$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{1000 \cdot 27 \cdot 8}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$; в) $\sqrt[5]{0{,}4^5 \cdot 5^5}$; г) $\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[7]{128}$ или $\sqrt[5]{4}$?

Вариант 2.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{625}$.
2. Решите уравнение: $x^3 = 125$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{64 \cdot 125 \cdot 729}$; б) $\sqrt[5]{\frac{243}{32}}$; в) $\sqrt[6]{\left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot 12^6}$; г) $\frac{\sqrt[4]{20}}{\sqrt[4]{\frac{5}{4}}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[8]{26}$ или $\sqrt[4]{5}$?

Вариант 3.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[7]{-128}$.

2. Решите уравнение: $x^4 = 64$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{0{,}0081 \cdot 0{,}0016 \cdot 625}$; б) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$; в) $\sqrt[3]{16^3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot 0{,}125}$; г) $\frac{\sqrt[4]{112}}{\sqrt[4]{7}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[5]{5}$ или $\sqrt[3]{3}$?

Вариант 4.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$.

2. Решите уравнение: $x^5 = -\frac{1}{243}$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{16 \cdot 625 \cdot 81}$; б) $\sqrt[3]{192} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$; в) $\sqrt[4]{27^4 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 \cdot (0{,}5)^4}$; г) $\frac{\sqrt[5]{224}}{\sqrt[5]{7}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[3]{7}$ или $\sqrt[6]{50}$?

Вариант 5.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[5]{-32}$.

2. Решите уравнение: $x^4 = 16$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[5]{\frac{1}{32} \cdot 100000}$; б) $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$; в) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 5^9}$; г) $\frac{\sqrt{200} - \sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[5]{-11}$ или $\sqrt[5]{-7}$?

Вариант 6.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$.

2. Решите уравнение: $x^5 = -32$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[5]{0{,}00001 \cdot 32 \cdot 0{,}00243}$; б) $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2}$; в) $\sqrt[4]{3^8 \cdot 2^{20}}$; г) $\dfrac{\sqrt[3]{32} + \sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[6]{0{,}04}$ или $\sqrt[6]{\dfrac{1}{26}}$?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8

«Логарифмы, их виды и свойства"

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Дайте определение логарифма числа.

   б) Запишите основное логарифмическое тождество.

   в) Перечислите основные свойства логарифмов.

2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Методические рекомендации.

Опр.Логарифмом числа *b* по основанию *a*, где $a > 0$, $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число а, чтобы получить число *b*.

Примеры

1. $\log_5 25 = 2$, *т.к.* $5^2 = 25$

2. $\log_3 3 = 1$, *т.к.* $3^1 = 3$

Определение логарифма можно записать так $a^{\log_a b} = b$. Его называют основным логарифмическим тождеством.

При преобразовании и вычислении значений логарифмических выражений применяют свойства логарифмов.

<u>Свойства</u>

1. $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

2. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

3. $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$

4. $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \cdot \log_a b$

Формула перехода к другому основанию: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

<u>Опр.</u>

Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут *lg b* вместо $log_{10} b$

$log_{10} b = lg\, b$

<u>Опр.</u>

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию *e*, где *e* - иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут *ln b* вместо $log_e b$, т.е. $log_e b = ln\, b$

Действие нахождения логарифма числа называется *<u>логарифмированием.</u>*

Действие, обратное логарифмированию называется *<u>потенцированием.</u>*

Примеры

1) $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 36 = 2;$
2) $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} 12 = 1;$
3) $\log_3 3^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}\log_3 3 = \frac{1}{7}.$

Задача Вычислить $\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50.$

► Применяя формулы (1) — (3), находим

$\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50 = \log_5 \frac{\sqrt{3}\cdot 50}{\sqrt{12}} =$

$= \log_5 25 = 2.$ ◁

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$; б) $log_{49} 7$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+log_3 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 2 выражение $16b^7 \cdot \sqrt[5]{c}$ $(c > 0,\ b > 0)$.
4. Найдите x, если $log_3 x = 2log_3 7 + \frac{2}{3}log_3 27 - \frac{3}{2}log_3 16$.

Вариант 2.

1. Найдите: а) $log_5 \frac{1}{25}$; б) $log_{64} 8$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $2^{1+log_2 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{c^4}{\sqrt[3]{100b^4}}$ $(c > 0,\ b > 0)$.
4. Найдите x, если $log_2 x = 2\,log_2 5 - \frac{1}{3}log_2 8 + log_2 0{,}2$.

Вариант 3.

1. Найдите: а) $lg\,10000$; б) $log_8 1$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2+log_3 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 3 выражение $\frac{27\sqrt{b}}{c^4}$ $(c > 0,\ b > 0)$.
4. Найдите x, если $log_5 x = log_5 1{,}5 + \frac{1}{3}log_5 8$.

Вариант 4.

1. Найдите: а) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$; б) $\lg 0{,}01$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\sqrt{2}^{\,2+\log_4 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 0,7 выражение $\frac{0{,}49b^3}{c^5 \cdot \sqrt{c}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $\lg x = 1 + 2\lg 3 - \frac{2}{3}\lg 125$.

Вариант 5.

1. Найдите: а) $\log_3 \frac{1}{81}$; б) $\log_4 \sqrt{2}$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+\log_3 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 5 выражение $25b^3 \cdot \sqrt[4]{c^7}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $\log_4 x = 2\log_4 10 + \frac{3}{4}\log_4 81 - \frac{2}{3}\log_4 125$.

Вариант 6.

1. Найдите: а) $\log_5 \frac{1}{5}$; б) $\log_2 16\sqrt{2}$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\left(\frac{1}{2}\right)^{1+\log_2 3}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 0,2 выражение $\frac{0{,}0016b^4}{c \cdot \sqrt[7]{c^2}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $\log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 16 - \log_{\frac{1}{3}} 8 + \log_{\frac{1}{3}} 28$.

Вариант 7.

1. Найдите: а) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$; б) $\lg 0{,}1$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $5^{-1+\log_5 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{0{,}001\sqrt[3]{c^2}}{b^3}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $\log_4 x = \frac{1}{2}\log_4 7 + \log_4 32 - \frac{1}{2}\log_4 28$.

Вариант 8.

1. Найдите: а) $log_{0,2} 25$; б) $lg\,0{,}001$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $0{,}2^{1-log_{0,2} 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\sqrt{10}b^5c^{-\frac{1}{3}}\ (c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_3 x = log_3 12 - \frac{1}{2} log_3 32 + \frac{1}{2} log_3 6$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

«Преобразование алгебраических выражений."

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование алгебраических выражений».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Оформить отчет о работе.

1. Найдите значение выражения $\dfrac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a} = \frac{11a(11a-1)}{a(11a-1)} = 11.$$

Ответ: 11.

2. Найдите значение выражения $\dfrac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2} = \frac{5^3a^6 \cdot 6^2b^2}{30^2a^6b^2} = \frac{5^3 \cdot 6^2}{5^2 \cdot 6^2} = 5.$$

Ответ: 5.

3. Найдите значение выражения $\dfrac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{9x^2-4}{3x+2}-3x=\frac{(3x-2)(3x+2)}{3x+2}-3x=-2.$$

Ответ: −2.

4. Найдите значение выражения $(4a^2-9)\cdot\left(\frac{1}{2a-3}-\frac{1}{2a+3}\right)$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(4a^2-9)\cdot\left(\frac{1}{2a-3}-\frac{1}{2a+3}\right)=\frac{(2a-3)(2a+3)(2a+3-2a+3)}{(2a-3)(2a+3)}=6.$$

Ответ: 6.

5. Найдите $\frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$, если $p(b)=\left(b+\frac{3}{b}\right)\left(3b+\frac{1}{b}\right)$ при $b\neq 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$p\left(\frac{1}{b}\right)=\left(\frac{1}{b}+3b\right)\left(\frac{3}{b}+b\right)=p(b),$$

поэтому

$$\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}=1.$$

Ответ: 1.

6. Найдите $p(x)+p(6-x)$, если $p(x)=\frac{x(6-x)}{x-3}$ при $x\neq 3$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$p(x)+p(6-x)=\frac{x(6-x)}{x-3}+\frac{(6-x)(x)}{3-x}=0.$$

Ответ: 0.

7. Найдите $\frac{a}{b}$, если $\frac{2a+5b}{5a+2b}=1$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{2a+5b}{5a+2b}=1\Leftrightarrow 2a+5b=5a+2b\Leftrightarrow 3a=3b\Leftrightarrow\frac{a}{b}=1.$$

Ответ: 1.

8. Найдите $61a-11b+50$, если $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5}=9$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5}=9\Rightarrow 2a-7b+5=63a-18b+45\Rightarrow 61a-11b+40=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 61a-11b+50=10.$$

Ответ: 10.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

1 ВАРИАНТ.

1. Найдите $\dfrac{a+9b+16}{a+3b+8}$, если $\dfrac{a}{b}=3.$
2. Найдите значение выражения $(4x^2+y^2-(2x-y)^2):(2xy).$
3. Найдите значение выражения $\dfrac{(3x+2y)^2-9x^2-4y^2}{6xy}.$
4. Найдите значение выражения $\dfrac{(4x-3y)^2-(4x+3y)^2}{4xy}.$
5. Найдите значение выражения $(2x-5)(2x+5)-4x^2.$

2 ВАРИАНТ

1. Найдите значение выражения $\dfrac{9axy-(-7xya)}{4yax}.$
2. Найдите значение выражения $3p(a)-6a+7$, если $p(a)=2a-3.$
3. Найдите значение выражения $2x+y+6z$, если $4x+y=5$, а $12z+y=7.$
4. Найдите значение выражения $q(b-2)-q(b+2)$, если $q(b)=3b.$
5. Найдите значение выражения $5(p(2x)-2p(x+5))$, если $p(x)=x-10.$

3 ВАРИАНТ.

1. Найдите $p(x-7)+p(13-x)$, если $p(x)=2x+1.$
2. Найдите $2p(x-7)-p(2x)$, если $p(x)=x-3.$
3. Найдите значение выражения $(7x-13)(7x+13)-49x^2+6x+22$ при $x=80.$
4. Найдите значение выражения $a\left(36a^2-25\right)\left(\dfrac{1}{6a+5}-\dfrac{1}{6a-5}\right)$ при $a=36,7.$
5. Найдите значение выражения $\left(9b^2-49\right)\left(\dfrac{1}{3b-7}-\dfrac{1}{3b+7}\right)+b-13$ при $b=345.$

ОТВЕТЫ:

1. Найдите $\dfrac{a+9b+16}{a+3b+8}$, если $\dfrac{a}{b}=3.$

Решение.

Из условия $\dfrac{a}{b}=3$ находим, что $a=3b$, и подставляем в дробь:

$$\frac{a+9b+16}{a+3b+8}=\frac{3b+9b+16}{3b+3b+8}=\frac{12b+16}{6b+8}=\frac{4(3b+4)}{2(3b+4)}=2.$$

Ответ: 2.

2. Найдите значение выражения $(4x^2+y^2-(2x-y)^2):(2xy)$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{4x^2+y^2-(2x-y)^2}{2xy}=\frac{4x^2+y^2-4x^2+4xy-y^2}{2xy}=\frac{4xy}{2xy}=2.$$

Ответ: 2.

3. Найдите значение выражения $\frac{(3x+2y)^2-9x^2-4y^2}{6xy}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(3x+2y)^2-9x^2-4y^2}{6xy}=\frac{9x^2+12xy+4y^2-9x^2-4y^2}{6xy}=\frac{12xy}{6xy}=2.$$

Ответ: 2.

4. Найдите значение выражения $\frac{(4x-3y)^2-(4x+3y)^2}{4xy}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(4x-3y)^2-(4x+3y)^2}{4xy}=\frac{(4x-3y-4x-3y)(4x-3y+4x+3y)}{4xy}=\frac{-6y\cdot 8x}{4xy}=-12.$$

Ответ: −12.

5. Найдите значение выражения $(2x-5)(2x+5)-4x^2$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(2x-5)(2x+5)-4x^2=4x^2-25-4x^2=-25.$$

Ответ: −25.

1. Найдите значение выражения $\frac{9axy-(-7xya)}{4yax}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{9axy-(-7xya)}{4yax}=\frac{16axy}{4xya}=4.$$

Ответ: 4.

2. Найдите значение выражения $3p(a)-6a+7$, если $p(a)=2a-3$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$3p(a)-6a+7=6a-9-6a+7=-2.$$

Ответ: −2.

3. Найдите значение выражения $2x+y+6z$, если $4x+y=5$, а $12z+y=7$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$4x + y + 12z + y = 5 + 7 \Leftrightarrow 4x + 2y + 12z = 12 \Leftrightarrow 2x + y + 6z = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6.$$

Ответ: 6.

4. Найдите значение выражения $q(b-2) - q(b+2)$, если $q(b) = 3b$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$q(b-2) - q(b+2) = 3(b-2) - 3(b+2) = -12.$$

Ответ: −12.

5. Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x+5))$, если $p(x) = x - 10$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$5(p(2x) - 2p(x+5)) = 5(2x - 10 - 2(x + 5 - 10)) = 0.$$

Ответ: 0.

1. Найдите $p(x-7) + p(13-x)$, если $p(x) = 2x + 1$.

Решение.

Подставляя аргументы в формулу, задающую функцию, получаем:

$$p(x-7) + p(13-x) = 2(x-7) + 1 + 2(13-x) + 1 = 14.$$

Ответ: 14.

2. Найдите $2p(x-7) - p(2x)$, если $p(x) = x - 3$.

Решение.

Поскольку $p(x) = x - 3$ имеем: $p(x-7) = x - 7 - 3 = x - 10, p(2x) = 2x - 3, .$ Тогда

$$2p(x-7) - p(2x) = 2(x-10) - (2x-3) = -17.$$

Ответ: −17.

3. Найдите значение выражения $(7x-13)(7x+13) - 49x^2 + 6x + 22$ при $x = 80$.

Решение.

Используем формулу разности квадратов:

$$(7x-13)(7x+13) - 49x^2 + 6x + 22 = 49x^2 - 169 - 49x^2 + 6x + 22 = 6x - 147 = 480 - 147 = 333.$$

Ответ: 333.

4. Найдите значение выражения $a\left(36a^2 - 25\right)\left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5}\right)$ при $a = 36,7$.

Решение.

Выполним действия в скобках:

$$\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} = \frac{6a - 5 - (6a+5)}{(6a+5)(6a-5)} = -\frac{10}{36a^2 - 25}.$$

Тогда

$$a\left(36a^2 - 25\right)\left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5}\right) = a\left(36a^2 - 25\right)\frac{-10}{36a^2 - 25} = -10a = -367.$$

Ответ: −367.

5. Найдите значение выражения $(9b^2 - 49)\left(\frac{1}{3b-7} - \frac{1}{3b+7}\right) + b - 13$ при $b = 345$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(9b^2-49)\left(\frac{1}{3b-7}-\frac{1}{3b+7}\right)+b-13=(3b-7)(3b+7)\frac{3b+7-(3b-7)}{(3b-7)(3b+7)}+b-13=14+b-13=b+1=346.$$

Ответ: 346. ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10.

"ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ, ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ, СТЕПЕННЫХ, ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ"

ЗАДАЧИ:
Образовательная: повторить определение логарифма числа, основное логарифмическое тождество, преобразование рациональных, иррациональных, степенных, показательных выражений
Развивающая: развивать логическое математическое мышление, навыки самоконтроля;

Воспитательная: уважать мнение отвечающих, выслушивать и соглашаться с замечаниями, если они справедливы; корректно выражать свою точку зрения.

Студент должен знать	Студент должен уметь
- определение логарифма и основные свойства логарифмов, целых и рациональных степеней	-вычислять логарифм по определению логарифма, по основному логарифмическому тождеству; -формировать навыки преобразования выражений содержащих логарифмы и основания со степенями.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Оформить отчет о работе.

1. Фронтальный опрос (мозговой штурм). Актуализация знаний.

$\log_3 \frac{1}{81}$ 1. Сформулируйте определение логарифма и вычислите следующие логарифмы:

$\log_3 27$ $\log_7 7$ $\log_3 1$ $\lg 10$

$\lg 0{,}001$ $\lg \frac{1}{1000}$

2. Назовите основное логарифмическое тождество и вычислите:

$2^{\log_2 5}$ $3^{2\log_3 4}$ $5^{2+\log_5 3}$ $2^{\log_2 6-3}$

; ; ; .

3. Сформулируйте основные свойства логарифмов и вычислите

$\log_5 5^3$ $\lg 4 + \lg 25$ $\log_3 18 - \log_3 2$

$\log_6 18 + \log_6 2$

$\log_5 \sqrt[3]{2}$

2. Напомним известные свойства арифметических корней n -ой степени.

Для любого натурального n, целого k и любых неотрицательных целых чисел a и b справедливы равенства:

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
2. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0)$
3. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad (k > 0)$
4. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k} \quad (k > 0)$
5. $\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k \quad (\text{если } k \leq 0, \text{ то } a \neq 0)$.

Примеры.

1.1) $3^{1-2\sqrt{3}} \cdot 9^{1+\sqrt{3}} = \dfrac{3}{3^{2\sqrt{3}}} \cdot 9 \cdot 9^{\sqrt{3}} = \dfrac{3}{3^{2\sqrt{3}}} \cdot 3^2 \cdot 3^{2\sqrt{3}} = 3^3 = 27$;

1.2) $\left(3^{\sqrt[5]{8}}\right)^{\sqrt[5]{4}} = 3^{\sqrt[5]{8}\cdot\sqrt[5]{4}} = 3^{\sqrt[5]{8\cdot 4}} = 3^{\sqrt[5]{32}} = 3^{\sqrt[5]{2^5}} = 3^2 = 9$;

3. Основные свойства степеней.

При любых действительных значениях x и y справедливы равенства

$$a^x a^y = a^{x+y}; \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y};$$

$$(ab)^x = a^x b^x; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x};$$

$$\left(a^x\right)^y = a^{xy}.$$

Эти формулы называют *основными свойствами степеней.*

Пример.

$$\frac{a^{-1}b}{(6a)^2 \cdot b^4} \cdot \frac{36}{a^{-3}b^{-3}} = \frac{36a^{-1}b}{36a^{2-3}b^{4-3}} = \frac{36a^{-1}b}{36a^{-1}b} = 1$$

Варианты практической работы.

1 вариант	2 вариант
1) Вычислить: $9^{3/2} + 27^{2/3} - (1/16)^{-3/4}$. 1) 208; 2) 28; 3) 124; 4) -36. 2) Найти значение выражения $\frac{x-y}{x^{1/2}+y^{1/2}} - \frac{y^{1/2}-y}{y^{1/2}}$, если x = 9, y = 49. 1) 3,5; 2) 2; 3) -3; 4) -12. 3) Вычислить: $\log_{10}8 + \log_{10}125$. 1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) 5. 4) Найдите значение выражения $\log_5 (25a^3)$, если $\log_5 a = 7$. 5) Найдите значение выражения $2 \log_2 3 + \log_2 1/3$. 1) $\log_2 3$; 2) $2\log_2 3$; 3) 0; 4) -2. 6) Упростите выражение: $3^{\log 21/4 + \log 35}$. 1) -45; 2) 5/9; 3)1/25; 4) -10.	1) Вычислить: $(72^{2/3})^{1/2} \cdot 36^{1/6} : 2^{4/3}$. 1) 3,6; 2) 12; 3) 3; 4) 24. 2) Найти значение выражения $\frac{x-y}{x^{1/2}+y^{1/2}} - \frac{x^{1/2}+x}{x^{1/2}}$, если x = 9, y = 49. 1) -7; 2) -2; 3) -8; 4) -13. 3) Вычислить: $\log_{12}2 + \log_{12}72$. 1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) 5. 4) Найдите значение выражения $\log_3 (81/b)$, если $\log_3 b = -2,5$. 1) 6,5; 2) 1,5; 3) -10; 4) 78,5. 5) Найдите значение выражения $\log_2 10 - 2 \log_2 5 + \log_2 40$. 1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 4. 6) Упростите выражение: $9^{\log_9 2 + \log_5 1/25}$. 1) 0,25; 2) 2/81; 3) -4; 4) 4.

3 вариант	4 вариант
1) Вычислить: $(27^{2/5} \cdot 2^{1/5} \cdot 2)^{5/6}$. 1) 6; 2) 108; 3) 54; 4) 30. 2) Найти значение выражения: $\frac{x-y}{x^{1/2}-y^{1/2}} + \frac{y^{1/2}-y}{y^{1/2}}$, если x = 16, y = 25. 1) 5; 2) -5; 3) -16; 4) -15. 3) Вычислить: $\log_5 75 - \log_5 3$. 1) -3; 2) 4; 3) 2; 4) -5. 4) Найдите значение выражения $\log_3(9b)$, если $\log_3 b = 5$. 1) 25; 2) 10; 3) -8; 4) 7. 5)Найдите значение выражения: $2\log_5 75 + \log_5 1/625$. 1) 1; 2) $2\log_5 3$; 3) $1/\log_3 5$; 4) 0. 6) Упростите выражение: $2^{\log 27} \cdot \log_3 1/9$. 1) -3,5; 2) 14; 3) -14; 4) 3,5.	1)Вычислить: $24^{1/3} \cdot 6^{2/3} \cdot (0,5)^{2/3}$. 1) 24; 2) 30; 3) 1; 4) 6. 2) Найти значение выражения : $\frac{x-y}{x^{1/2}-y^{1/2}} - \frac{x^{1/2}+x}{x^{1/2}}$, если x = 16, y = 25. 1) 12; 2) 16; 3) -6; 4) 4. 3) Вычислить: $\log_{1/3} 54 - \log_{1/3} 2$. 1) -3; 2) 4; 3) -2; 4) 5. 4) Найдите значение выражения lg2a + lg5b, если lg (ab) = 3. 1) 1,5; 2) 6; 3) 3; 4) 4. 5) Найдите значение выражения $\log_{1/3} 54 - 1/3 \log_{1/3} 8 + \log_{1/3} 81$. 1) 1; 2) -1; 3) -7; 4) 4. 6) Упростите выражение: $6^{\log 615} \log_5 0,2$ 1) -15; 2) -3; 3) 3; 4) 15.

Контрольная работа Тема: «Прямые и плоскости в пространстве».

Вариант 3.

1. Выполните чертеж к задаче. Прямые СД и СК пересекают плоскость β в разных точках.

2. Выполните чертеж к задаче. Прямая АВ параллельна плоскости γ, а прямая АТ пересекает ее в точке Т.

3. Выполните чертеж куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$. По чертежу укажите: а) прямые параллельные для прямой СД; б) прямые скрещивающиеся с прямой АВ; в) плоскости параллельные прямой ВС.

4. Прямая АВ пересекает плоскость α в точке О, расстояние от точки А до плоскости равно 4 см. Найдите расстояние от точки В до плоскости, если точка А средина ОВ.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13.

"Элементы комбинаторики"

Вариант 1

№ 1. Вычислите: A_7^3; P_5; C_{16}^4; $\frac{12!-7!}{5!}$.

№ 2. Сколькими способами можно составить четырёхцветные ленты из семи лент различных цветов?

№ 3. Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг?

№ 4. Возведите в степень алгебраическую сумму:

а) $(x + y)^{12}$; *б)* $(2x - 5)^4$.

Вариант 2

№ 1. Вычислите: A_{13}^7; P_8; C_{21}^6; $\frac{15!-9!}{6!}$.

№ 2. Сколькими способами можно выбрать четырех лиц на четыре различные должности из девяти кандидатов?

№ 3. Сколькими способами можно выбрать три из шести открыток?

№ 4. Возведите в степень алгебраическую сумму:

а) $(a + b)^{14}$; *б)* $(3 - 4c)^4$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14.

Векторы и действия над ними.

Задачи: - обобщение у учащихся знаний о векторах в координатах и выявления уровня усвоения навыков выполнения действий над векторами в пространстве;

- совершенствовать у учащихся умения и навыки выполнения действий над векторами;
- развивать у учащихся навыки самостоятельного выполнения заданий
- воспитывать у учащихся сознательное отношение к изучению данной темы

Порядок выполнения работы.

1. Актуализация опорных знаний.

Давайте вначале вспомним основные определения, а в этом поможет следующее задание «Угадай вопрос». Вам предоставляются вопросы и отдельно возможные на них ответы. Вам необходимо найти ответ на соответствующий вопрос. Затем обобщить полученный материал и изобразить информацию в виде кластера на тему «Вектор».

Вопросы: 1) Числа, которые определяют положение точки, называются …? (*Координатами*).

2) Величина, которая задается своей длиной и направлением, называется …? (*Вектором*).
3) Вектора, которые лежат на одной прямой или на параллельных прямых, называются …? (*Коллинеарными*).
4) Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется …? (*такой вектор* $\vec{c}$, *который в сумме с вектором* $\vec{b}$ *дает вектор* $\vec{a}$).
5) Чтобы найти координаты вектора нужно …? (*из координат конца вектора вычесть координаты начала*).
6) При умножении векторов на число …? (*все координаты вектора умножаются на это число*).
7) При сложении векторов …? (*их соответствующие координаты складываются*).
8) Формула нахождения длины вектора $|\overrightarrow{AB}|$?
($|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$).
9) Формула нахождения координат вектора $\overrightarrow{AB}$?
($\overrightarrow{AB}\{x_2-x_1;\ y_2-y_1;\ z_2-z_1\}$).
10) Формула нахождения координаты середины вектора $\overrightarrow{AB}$?
($x=\frac{x_1+x_2}{2};\ y=\frac{y_1+y_2}{2};\ z=\frac{z_1+z_2}{2}$).

2. Для повторения навыков нахождения координат вектора, длины вектора и действий над векторами необходимо выполнить тестовое задание.

Тестовое задание

1. Найдите сумму векторов: $\vec{a}(4;2;-4)$ и $\vec{b}(6;-4;10)$.

A) (2; -6; 6); B) (2; -6;14); C) (10; -2; 6); D) (2; -2; 6); E) (10; -2; -14)

2. Умножьте вектор $\vec{a}(4;2;-1)$ на –3:

A) (-12; -6; -3); B) (12; -6; -3); C) (-12; 6; 3); D) (-12; -6; 3); E) (-12; 6; -3).

3. Найдите разность векторов: $\vec{a}(6;-2;2)$ и $\vec{b}(4;-7;5)$.

A) (-2; 5; -3); B) (2; -5; 3); C) (-2; -5; 3); D) (2; 5; 7); E) (2; 5; -3).

4. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(2;-5;3)$ и $B(5;1;\ -2)$.

A) (3; -6; 5); B) (3; 6;-5); C) (-3; 6; -5); D) (7; -4; 1); E) (-3; 6; 5).

5. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(-1;-1;1)$ и $B(-3;1;\ 0)$.

A) 4; B) 9; C) 5; D) 3; E) $\sqrt{3}$.

После выполнения тестовых заданий, учащимся необходимо обменяться тестовыми заданиями и произвести взаимопроверку (за каждый правильный ответ – один балл).

3. Для совершенствования и закрепления умений и навыков решения заданий на действия с векторами нужно выполнить задачи

Дано: $A(2;1;4)$,

$B(3;0;-1)$,

$C(1;-2;0)$.

Найти: $2\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{BC}$

Решение

1) *Находим координаты вектора* $\overrightarrow{AB}:\{3-2;0-1;-1-4\}$

$\overrightarrow{AB}\{1;-1;-5\}$;

2) *Затем находим координаты вектора* $2\cdot\overrightarrow{AB}:\{2\cdot1;2\cdot(-1);2\cdot(-5)\}$

$2\cdot\overrightarrow{AB}\{2;-2;-10\}$

3) *Теперь находим аналогично координаты вектора* $3\cdot\overrightarrow{BC}:\{3\cdot(-2);3\cdot(-2);3\cdot1\}$

$3\cdot\overrightarrow{BC}\{-6;-6;3\}$

4) *Теперь находим сумму данных векторов, складывая соответствующие координаты:* $2\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{BC}=\{2+(-6);\ -2+(-6);\ -10+3\}$

$2\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{BC}=\{-4;\ -8;\ -7\}$.

Ответ: $\{-4;\ -8;\ -7\}$.

4. Учащиеся решает по одной задаче по вариантам, после выполнения решения, учащиеся обмениваются тетрадями и производят проверку правильности выполнения задачи, комментируя правильность решения в случае неверного решения (после выполнения данного задания каждый учащийся выставляет баллы от 1 до 5 тому учащемуся, которого проверял).

Дано: $\vec{a}(2;0;-3)$,

$\vec{b}(5;-1;2)$.

Найти: 1) $|3\vec{a} - \vec{b}|$ - 1 вариант; 2) $|2\vec{a} + 3\vec{b}|$ - 2 вариант.

Решение

<u>Первый случай</u>

1) *Находим координаты вектора* $3\vec{a}: \{3 \cdot 2; 3 \cdot 0; 3 \cdot (-3)\}$

$3\vec{a}: \{6; 0; -9\}$;

2) *Затем находим разность векторов* $3\vec{a} - \vec{b}: \{6 - 5; 0 - (-1); -9 - 2\}$

$3\vec{a} - \vec{b}: \{1; 1; -11\}$;

3) *Теперь находим длину вектора* $|3\vec{a} - \vec{b}|$: $\sqrt{\mathbf{1^2 + 1^2 + (-11)^2}} = \sqrt{\mathbf{1 + 1 + 121}} = \sqrt{\mathbf{123}}$.

$|3\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\mathbf{123}}$.

<u>Второй случай</u>

1) *Находим координаты вектора* $2\vec{a}: \{2 \cdot 2; 2 \cdot 0; 2 \cdot (-3)\}$

$2\vec{a}: \{4; 0; -6\}$;

2) *Находим координаты вектора* $3\vec{b}: \{3 \cdot 5; 3 \cdot (-1); 3 \cdot 2\}$

$3\vec{b}: \{15; -3; 6\}$;

3) *Затем находим сумму векторов* $2\vec{a} + 3\vec{b}: \{4 + 15; 0 + (-3); -6 + 6\}$

$2\vec{a} + 3\vec{b}: \{19; -3; 0\}$;

4) *Теперь находим длину вектора* $|2\vec{a} + 3\vec{b}|$: $\sqrt{\mathbf{19^2 + (-3)^2 + 0^2}} = \sqrt{\mathbf{361 + 9 + 0}}$

$= \sqrt{\mathbf{370}}$.

$|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{\mathbf{370}}$.

Ответ: 1) $|3\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\mathbf{123}}$; **2)** $|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{\mathbf{370}}$.

4) *5.* С учетом познавательных и когнитивных способностей необходимо учащимся раздать разноуровневые задания на применение навыков и умений действий над векторами (работа в тетрадях).

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №15.

"Решение задач на действий с векторами".

Задачи:

- Обобщение и систематизация знаний теоретического материала по данной теме, совершенствование навыков решения задач. Проверка умения применять полученные знания при решении практических задач;

- Развитие адекватной самооценки, умения находить ошибки, развитие логического мышления, поиск закономерностей. Развитие интереса к истории математики.

- Воспитание чувства товарищества, ответственности, сотрудничества, воспитание внутренней мотивации.

<u>Порядок выполнения работы.</u>
<u>1.</u> Актуализация опорных знаний.

1.Даны 2 точки А (-2;1;-1) и В (3;-3;1). Выразить через орты вектор АВ и вычислить его длину.

2. Вычислить координаты вектора с=а-в, если дано разложение вектора а и в по ортам: а=i-2j+k,
b = -2i+2k.

3. Даны точки А (-2;1;-1) и В (3;-3;1). Вычислите расстояние от начала координат до середины отрезка АВ.

4. Выразить через орты вектор с=а-в, если известно разложение векторов а и в: а = i-2j+2k, в=2i-2j-k.

5. Вычислить длину вектора m=2а+в, если известно разложение вектора а и в: а = i-j+k, в=2i+2j-k.
<u>2.</u> Варианты работы.

1

1. Даны две точки: $A(-3;\ 1;\ -1)$ и $B(2;\ -4;\ 1)$. Выразить через орты вектор $\overrightarrow{AB}$ и вычислить его длину.
2. Вычислить координаты вектора $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, если дано разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по ортам: $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{k}$.
3. Даны точки $A(1;\ 2;\ -1)$ и $B(-2;\ 1;\ 1)$. Вычислить расстояние от начала координат до середины отрезка $[AB]$.

2

1. Даны координаты точек $A(0;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 4;\ 3)$, $C(-2;\ 1;\ 0)$ и $D(-1;\ 0;\ 3)$. Вычислить координаты вектора $\vec{m} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD}$.
2. Выразить через орты вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, если известно разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$: $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$.
3. Вычислить длину вектора $\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b}$, если известно разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$: $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$.

Контрольная работа по теме «Векторы».

1 вариант

№ 1. Дано: $\vec{a}$ (2, 0, -1) и $\vec{b}=5\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$. Найти модуль вектора $2\vec{a}+\vec{b}$.

№ 2. При каких значениях α и β вектор $\vec{d}=2\vec{i}-\alpha\vec{j}+2\vec{k}$ коллинеарен вектору $\vec{a}=2\vec{i}+8\vec{j}-\beta\vec{k}$?

№ 3. Дано: $\vec{m}=2\vec{i}-\vec{j}+4\vec{k}$; $\vec{n}=3\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$. Найти скалярное произведение $(\vec{m}+\vec{n})\cdot(2\vec{m}-\vec{n})$.

№ 4. При каком значении α вектор $\vec{a}$ (3; -5; 0) перпендикулярен вектору $\vec{b}$ (2; α; 1)?

№ 5. Найти $Cos(2\vec{a},\hat{\ }\vec{b})$, если $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$; $\vec{b}=3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$.

№ 6. В Δ ABC даны координаты вершин A (-1; 2; 3), B (2; -1; 0) и C (-4; 2; -3). Вычислите периметр треугольника.

2 вариант

№ 1. Дано: $\vec{n}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{d}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$. Найти модуль вектора $3\vec{c}+\vec{d}$.

№ 2. При каких значениях *m* и *n* вектор $\vec{c}=m\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ коллинеарен вектору $\vec{d}=2\vec{i}+n\vec{j}-4\vec{k}$?

№ 3. Дано: $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$; $\vec{b}=-\vec{i}+\vec{j}$. Найти скалярное произведение $2\vec{a}\cdot(\vec{a}-2\vec{b})$.

№ 4. При каком значении *m* вектор $\vec{c}$ (- 5;*m*; 0) перпендикулярен вектору $\vec{b}$ (4; -2; 1)?

№ 5. Найти $Cos(\vec{m},\hat{\ }2\vec{n})$, если $\vec{m}=3\vec{i}-\vec{j}+4\vec{k}$; $\vec{n}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$.

№ 6. Дан четырехугольник с вершинами в точках A (1; 1; 4), B (2; 3; -1), C (-2; 2; 0) и D (3; 0; 5). Является ли данный четырехугольник параллелограммом?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17.
"Свойства функций. Наибольшее и наименьшее значение функции".

Задачи:

- обеспечить в ходе урока усвоение основных свойств функций;

выявить уровень освоения обучающимися комплексом знаний свойств функций и умений по исследованию функций;

обобщить практические умения и навыки строить и читать графики;

устанавливать логические связи и закономерности между изученными определениями и понятиями;

- развивать навык чтения и построения графиков, используя схему исследования функций;
развивать самостоятельность обучающихся, умение преодолевать трудности в учении, используя проблемные ситуации, творческие задания;

- способствовать воспитанию внимательности, аккуратности, наблюдательности, самостоятельности, умения работать в паре, воли и настойчивости для достижения конечных результатов;
на примерах показать широту применения полученных на уроках математических знаний.

Порядок выполнения работы.

1. Актуализация опорных знаний.

Проверь себя – математический диктант. Ф. И. группа ______________________

Задание – продолжить ответ (заполнить пробелы).

1. Числовой функцией с областью определения D называется соответствие, при котором ____
____.

2. Область определения функции – это ____.

3. Область значений функции – это ____.

4. Функция f называется четной, если любым двум противоположным значениям аргумента соответствуют ____.

5. Функция f называется нечетной, если любым двум противоположным значениям аргумента соответствуют ____ .

6. График четной функции симметричен относительно______________________________________.

7. График нечетной функции симметричен относительно ______________________________________

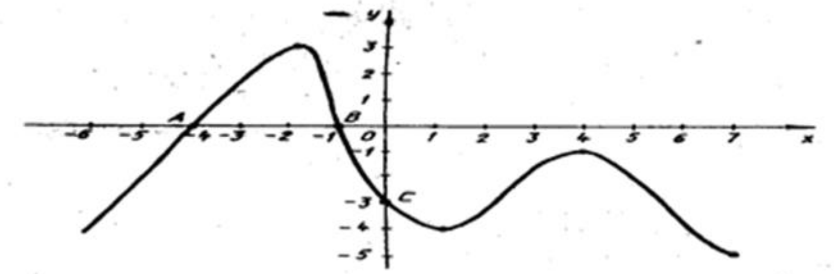
8. Функция f возрастает на множестве P, если для любых x_1 и x_2 из множества P таких, что $x_2 > x_1$, выполнено неравенство ____ .

9. Функция f убывает на множестве P, если для любых x_1 и x_2 из множества P таких, что $x_2 > x_1$, выполнено неравенство ____ .

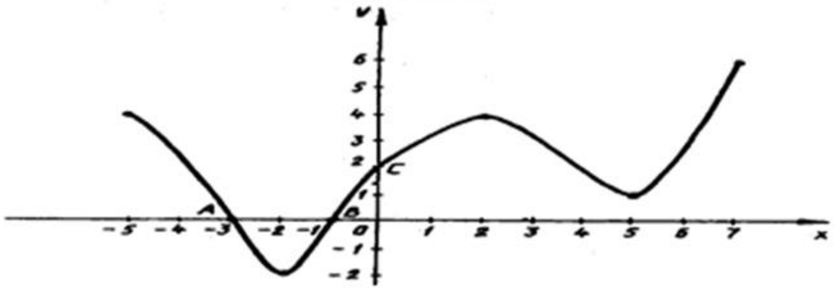
10. Нули функции - это ____

2. Варианты работ. Графики функций представлены на слайде.

Вариант 1



Вариант 2



Работа по плану.
Ответы:

Свойства функций	Вариант 1	Вариант 2
Область определения	[-6;7]	[-5;7]
Область значений	[-4;3]	[-2;6]
Промежутки а) возрастания б) убывания	[-6;-2], [1;4] [-2;1], [4;7]	[-2;2], [5;7] [-5;-2], [2;5]
Максимум функции	f(-2) = 3; f(4) =-1	f(2) = 4
Минимум функции	f(1) = -4	f(-2) = -2; f(5) = 1
Нули функции. Точки пересечения графика с осью а) Ox б) Oy	A(-4;0), B(-1;0) C(0;-3)	A(-3;0), B(-1;0) C(0;2)
Точки экстремума	- 2 и 1	-2 и 2
Промежутки знакопостоянства а) f(x)>0 б) f (x)<0	(-4;-1) (-6;-4), (-1;7)	(-5;-3), (-1;7) (-3;-1)

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №18.

Преобразование графиков функций.

Цель

Постройте графики функций, используя различные преобразования, ответьте на вопрос задачи.

Выполнение работы

Методические указания

Работа рассчитана на 10 вариантов.

Работа состоит из двух частей: первая часть задания 1 – 5, это задания которые обязательно нужно выполнить, чтобы получить зачет, если эти задания выполнены с ошибкой, необходимо их исправить и снова сдать работу на проверку. Вторая часть, содержит задание, выполнив которое, вы можете заработать дополнительную оценку.

Задание 1. Графиком линейной функции является прямая, для ее построения достаточно двух точек. *(значения аргумента х берем произвольно, а значение функции у, считаем подставляя в формулу).*

Чтобы проверить проходит ли график функции через указанную точку нужно координаты точки подставить вместо х и у, если получили верное равенство, то прямая проходит через указанную точку, в противном случае – не проходит.

Задание 2, 3, 4. Графики указанных функций получаются из графиков функций $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$ используя сдвиг вдоль оси х или у.

$y = \pm(x \pm а)^2 \pm в$, сначала строим график функции $y = x^2$ или $y = -x^2$, затем сдвигаем его на «а» единиц вправо или влево (+а – влево, - а вправо), затем сдвигаем на «в» единиц вверх или вниз (+в – вверх, -в – вниз)

Аналогично с другими функциями:

Задание 5 Чтобы построить график функции: $y = |f(x)|$, нужно: 1) построить график функции $y = f(x)$, 2) часть графика которая находится выше оси х оставить без изменения, 3) часть графика, которая находится ниже оси х зеркально отобразить.

Задачи для самостоятельного решения.

Обязательная часть

Задание 1. Постройте график линейной функции, определите, проходит ли график функции через указанную точку:

1-й вариант $y = \frac{1}{2}x - 6$, A(42 ;26)

2-й вариант $y = \frac{1}{2}x - 2$, B(42;19)

3-й вариант $y = -\frac{1}{3}x + 5$. C(-33;6)

4-й вариант $y = -2x - 3$ D(-40;77)

5-й вариант $y = 4 - 3x$, M(20;64)

6-й вариант $y = -\frac{1}{2}x + 2$ E(-20;8)

7-й вариант $y = \frac{1}{3}x - 2$,F(60;18)

8-й вариант $y = 3x - 4$, K(-30;86)

9-й вариант $y = 2x - 5$, Z(-21;-47)

10-й вариант $y = \frac{1}{2}x + 3$, N(-50;-22)

Задание 2. Постройте график квадратичной функции, укажите множество значений данной функции.

1-й вариант $y = (x-3)^2 - 2$

2-й вариант $y = -(x+3)^2 - 2$

3-й вариант $y = -(x+4)^2 + 5$

4-й вариант $y = (x-4)^2 - 7$

5-й вариант $y = (x+2)^2 + 1$

6-й вариант $y = -(x+5)^2 - 1$

7-й вариант $y = (x-6)^2 - 5$

8-й вариант $y = (x+4)^2 - 1$

9-й вариант $y = -(x+2)^2 + 8$

10-й вариант $y = -(x-1)^2 + 4$

Задание 3. Постройте график функции, определите, возрастает или убывает указанная функция.

1-й вариант $y = -x^3 - 1$

2-й вариант $y = -(x+2)^3$

3-й вариант $y = x^3 + 2$

4-й вариант $y = -(x-4)^3$

5-й вариант $y = x^3 + 1$

6-й вариант $y = (x-2)^3$

7-й вариант $y = -x^3 + 3$

8-й вариант $y = -(x-1)^3$

9-й вариант $y=(x+1)^3$

10-й вариант $y=x^3-2$

Задание 4. Постройте график функции, ответьте на вопрос задачи.

1-й вариант $y=\sqrt{x+2}-1$, укажите наименьшее значение функции.

2-й вариант $y=\sqrt{x-1}+2$, укажите наименьшее значение функции.

3-й вариант $y=\sqrt{x+3}+1$, укажите наименьшее значение функции.

4-й вариант $y=\sqrt{x-4}-2$, укажите наименьшее значение функции.

5-й вариант $y=-\sqrt{x+1}-1$, укажите наибольшее значение функции.

6-й вариант $y=-\sqrt{x-2}+1$, укажите наибольшее значение функции.

7-й вариант $y=-\sqrt{x+5}+2$, укажите наибольшее значение функции.

8-й вариант $y=-\sqrt{x-2}-4$, укажите наибольшее значение функции.

9-й вариант $y=\sqrt{x+6}+3$, укажите наименьшее значение функции.

10-й вариант $y=-\sqrt{x-2}-1$, укажите наибольшее значение функции.

Задание 5. Постройте график функции, содержащей знак модуля.

1-й вариант $y=\left|1-\frac{1}{4}x\right|$

2-й вариант $y=\left|\frac{1}{2}x-4\right|$

3-й вариант $y=\left|3-\frac{1}{2}x\right|$

4-й вариант $y=\left|1-\frac{1}{3}x\right|$

5-й вариант $y=\left|\frac{1}{3}x-1\right|$

6-й вариант $y=\left|1-\frac{1}{4}x\right|$

7-й вариант $y=\left|\frac{1}{5}x+1\right|$

8-й вариант $y=\left|\frac{1}{2}x+1\right|$

9-й вариант $y=\left|2-\frac{1}{3}x\right|$

10-й вариант $y=\left|\frac{1}{2}x+2\right|$

Задачи на дополнительную оценку.

Задание 6. Постройте график функции, заданной кусочно, определите, есть ли точка разрыва у данной функции:

1-й вариант $$y=\begin{cases}-x^2, & \textit{если} \quad x\ge 1\\ 3x, & \textit{если} \quad x<1\end{cases}$$

2-й вариант $$y=\begin{cases}x^2, & \textit{если} \quad x\ge -1\\ -x, & \textit{если} \quad x<-1\end{cases}$$

3-й вариант $$y=\begin{cases}-x^2, & \textit{если} \quad x\le 4\\ \sqrt{x}, & \textit{если} \quad x>4\end{cases}$$

4-й вариант $$y=\begin{cases}x^2, & \textit{если} \quad x>-2\\ x+2, & \textit{если} \quad x\le -2\end{cases}$$

5-й вариант $$y=\begin{cases}x^3, & \textit{если} \quad x\ge 1\\ -2x, & \textit{если} \quad x<1\end{cases}$$

6-й вариант $$y=\begin{cases}-x^2+4, & \textit{если} \quad x\le -1\\ x+4, & \textit{если} \quad x>-1\end{cases}$$

7-й вариант $$y=\begin{cases}\sqrt{x}, & \textit{если} \quad x\ge 1\\ 3-x, & \textit{если} \quad x<1\end{cases}$$

8-й вариант $$y=\begin{cases}x^2+1, & \textit{если} \quad x\ge 2\\ 2x+1, & \textit{если} \quad x<2\end{cases}$$

9-й вариант
$$y = \begin{cases} 4 - x^2, & если \quad x \le -1 \\ -3x, & если \quad x > -1 \end{cases}$$

10 вариант
$$y = \begin{cases} x^3, & если \quad x \ge 0 \\ 2x, & если \quad x < 0 \end{cases}$$

Контрольная работа по теме «Функции, их свойства и графики».

Вариант 1.

1. Опишите по графику свойства функции y=f(x) по плану:
   1) область определения и множество значений функции;
   2) четность / нечетность, периодичность;
   3) нули функции;
   4) промежутки знакопостоянства;
   5) промежутки монотонности;
   6) экстремумы функции;
   7) наибольшие и наименьшие значения функции.

2. Найдите область определения функций:
   а) $y = \frac{x-1}{-4x+3}$ б) $y = \sqrt{x^2 - 3x}$ в) $y = lg(5x+14)$

3. Исследовать функцию на четность /нечетность/: а) $y = 3x^2 + x^4$ б) $y = x^2 tgx$

4. Укажите виды преобразований функции: а) $y = 3\cos x$ б) $y = (x - 4)^2 + 3$

5. Сравните числа: а) $\left(\frac{4}{3}\right)^{3\sqrt{3}}$ и $\left(\frac{4}{3}\right)^{5}$ б) $\log_6 7$ и $\log_6 8{,}11$

6. Решите уравнения графически:а) $log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{2}x - 2$ б) $3^x = 4 - x$

Вариант 2.

1. Опишите по графику свойства функции y=f(x) по плану:

область определения и множество значений функции;

четность / нечетность, периодичность;

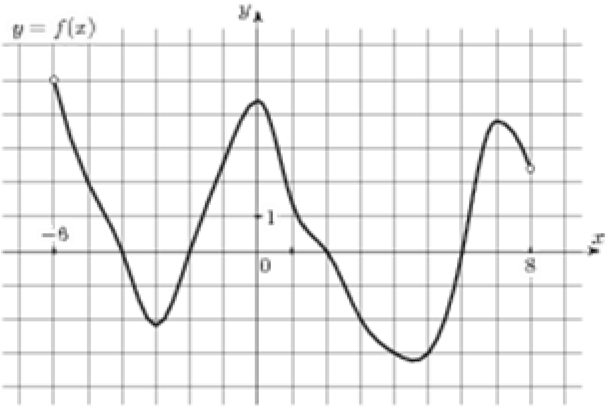
нули функции;

промежутки знакопостоянства;

промежутки монотонности;

экстремумы функции;

наибольшие и наименьшие значения функции.



2.Найдите область определения функций:

а) $y = \frac{x+1}{6x+10}$ б) $y = \sqrt{x^2 + 4x}$ в) y=*lg*(8x+9)

3.Исследовать функцию на четность /нечетность/: а) y = $\frac{x^4-9}{x}$ б) y = sinx – 1

4.Укажите виды преобразований: а) y = sin3x б) y = $(x + 5)^2$- 1

5.Сравните числа: а) $12^{-2,5}$ и $12^{-2,005}$ б) $\log_{\frac{3}{5}} 3{,}07$ и $\log_{\frac{3}{5}} 3{,}7$

6.Решите графически уравнения: а) $\log_3 x = 2 - \frac{1}{3}x$ б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ = 3 + x

Вариант 3.

1. Опишите по графику свойства функции y=f(x) по плану:
   1) область определения и множество значений функции;
   2) четность / нечетность, периодичность;
   3) нули функции;
   4) промежутки знакопостоянства;
   5) промежутки монотонности;
   6) экстремумы функции;
   7) наибольшие и наименьшие значения функции.

2. Найдите область определения функций:

а) $y = \frac{3x-7}{-8x-10}$ б) $y = \sqrt{x^2 + 7x}$ в) y=*lg*(2x+3)

3. Исследовать функцию на четность /нечетность/: а) y = $4x^6 - x^2$ б) y = tgx + 5

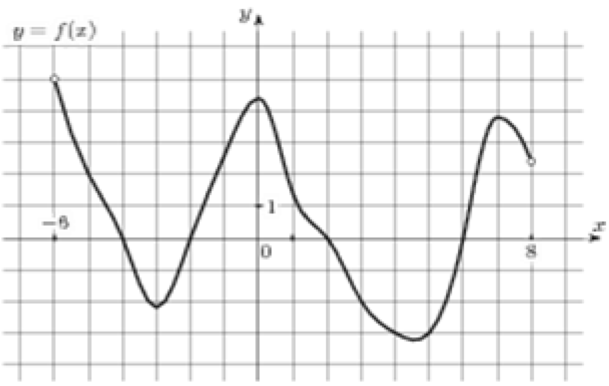
4. Укажите виды преобразований: а) $y = \frac{1}{3}\text{tg}x$ б) $y = (x + 2)^2 + 5$

5. Сравните числа: а) $0{,}7^{-\sqrt{3}}$ и $0{,}7^{-5}$ б) $\log_{11}\frac{7}{18}$ и $\log_{11}\frac{9}{17}$

6. Решите графически уравнения: а) $\log_4 x = 3 - \frac{1}{2}x$ б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 11 + x$

Вариант 4.

1. Опишите по графику свойства функции y=f(x) по плану:
   1) область определения и множество значений функции;
   2) четность / нечетность, периодичность;
   3) нули функции;
   4) промежутки знакопостоянства;
   5) промежутки монотонности;
   6) экстремумы функции;
   7) наибольшие и наименьшие значения функции.



2. Найдите область определения функций:
а) $y = \frac{x}{9x-1}$ б) $y = \sqrt{x^2 - 6x}$ в) y=*lg*(8x-2)

3. Исследовать функцию на четность /нечетность/: а) $y = \frac{x^2}{x^4+1}$ б) $y = x^2\text{ctg}x$

4. Укажите виды преобразований функции: а) $y = ctg4x$ б) $y = (x – 1)^2 - 7$

5. Сравните числа: а) $5{,}7^{2{,}5}$ и $5{,}07^{2{,}5}$ б) $\log_{0,9}\pi$ и $\log_{0,9}3{,}15$

6. Решите графически уравнения: а) $\log_{\frac{1}{4}}x = \frac{1}{2}x - 3$ б) $2^x = –2x + 8$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №20

«Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа."

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Тригонометрические функции углов поворота».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Что такое угол в 1 радиан?

б) Дайте определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла α.

в) Как зависят знаки $\sin\alpha,\ \cos\alpha,\ tg\alpha,\ ctg\alpha$ от того, в какой координатной четверти расположена точка P_α? Назовите эти знаки.

2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Опорный чертеж

На рисунке совмещены декартова система координат и окружность единичного радиуса. Окружность «эквивалентна» понятию координатной прямой (начало отсчета – точка пересечения окружности с положительной частью оси *Ox*, положительное направление – против часовой стрелки, единичный отрезок выражен через число π). На окружности отмечены точки, полученные при повороте радиуса окружности, совпадающего с

положительной частью оси *Ox*, на различные углы α. Абсциссы этих точек □ $\cos\alpha$, ординаты □ $\sin\alpha$. Дополнительно проведены две касательные к окружности (линии тангенса и котангенса).

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: $18^0, \ -250^0$; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{15}, \ -\frac{\pi}{3}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{\pi}{3}$.
3. Определите знак: $\sin(-212^0)$ и $ctg\frac{7\pi}{9}$.
4. Вычислите: а) $2\cos\frac{3\pi}{2}-\frac{1}{2}tg\pi+\sin\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{\sin 4\pi-\sin\frac{5\pi}{2}+\cos 3\pi}{\cos 8\pi}$.

Вариант 2.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: $-360^0; \ 225^0$; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{18}; \ \frac{3\pi}{2}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{4}$.
3. Определите знак: $\cos 305^0$ и $tg\left(-\frac{6\pi}{5}\right)$.
4. Вычислите: а) $2\sin\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}ctg\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}\cos 2\pi$; б) $\frac{tg 8\pi-ctg\frac{7\pi}{2}+\sin 3\pi}{1+tg\frac{5\pi}{4}+ctg\frac{\pi}{4}}$.

Вариант 3.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: $-10^0; \ 240^0$; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{9}; \ 3\pi$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{5\pi}{2}$.
3. Определите знак: $\cos(-105^0)$ и $ctg\frac{11\pi}{9}$;

4.Вычислите: а) $\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)^{\cos\pi}+(\cos 2\pi)^{\sin 1,5\pi}$; б) $\cos 420^0+\sin 720^0-tg 405^0$.

Вариант 4.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере $-60^0, \ 135^0$; б) в градусной мере $\frac{\pi}{4}, \ -\frac{11\pi}{6}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{6}$.
3. Определите знак: $\sin\left(-324^0\right)$ и $tg\frac{9\pi}{4}$.
4. Вычислите: а) $\sin\frac{\pi}{6}-4\cos\frac{\pi}{3}+2tg\frac{\pi}{4}$; б) $\cos(-3\pi)+\sin\left(-\frac{13\pi}{2}\right)-ctg\left(-\frac{7\pi}{2}\right)-tg\left(-\frac{21\pi}{4}\right)$

Вариант 5.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере $165^0,\ 300^0$; б) в градусной мере $\frac{2\pi}{3},\ \frac{13\pi}{6}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $-\frac{13\pi}{2}$.
3. Определите знак: $\sin 217^0$ и $tg4$.
4. Вычислите: а) $\left(tg\frac{\pi}{3}\right)^{tg\frac{\pi}{4}}+\left(tg\frac{\pi}{6}\right)^{\sin\pi}$;
   б) $\sqrt{2}\sin\left(-765^0\right)-\cos\left(-1140^0\right)+tg585^0+\sqrt{3}ctg\left(-240^0\right)$.

Вариант 6.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере $-315^0,\ 405^0$; б) в градусной мере $\frac{7\pi}{20},\ \frac{\pi}{3}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{9\pi}{4}$.
3. Определите знак: $\cos\frac{5\pi}{6}$ и $\sin 1{,}2\pi$.
4. Вычислите:а) $\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}+3tg\frac{\pi}{4}-5\cos\frac{3\pi}{2}$; б) $\cos(-5\pi)+ctg\left(-\frac{11\pi}{2}\right)-\sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right)+3ctg\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$.

Вариант 7.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере $750^0,\ -12^0$; б) в градусной мере $\frac{3\pi}{12},\ \frac{3\pi}{10}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно -225^0.
3. Определите знак: $\sin 2{,}8\pi$ и $ctg237^0$.
4. а) Проверьте справедливость равенства: $\cos 30^0\cdot tg30^0-1=ctg60^0\left(1+\sin^2 45^0\right)$;

б) Упростите: $\dfrac{a^2\cos 2\pi - ab\sin\dfrac{3\pi}{2} + 6a^2b^2\sin 0 - ab\cos\pi + b^2\sin\dfrac{\pi}{2}}{a^3\sin\dfrac{5\pi}{2} + 3a^2b\sin\dfrac{9\pi}{2} - 3ab^2\cos\pi - b^3\cos 15\pi}$.

Вариант 8.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере $20^0,\ 270^0$; б) в градусной мере $\frac{\pi}{8},\ \frac{3\pi}{4}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{3\pi}{4}$.
3. Определите знак: $\sin 310^0$ и $tg\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$.
4. Вычислите: а) $\dfrac{\sin^3\left(-30^0\right) - 2tg\left(-30^0\right) - 1}{2 + tg\left(-45^0\right) + 4\cos^2\left(-60^0\right)}$; б) $ctg^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) - tg(3{,}25\pi) - \cos\frac{13\pi}{6} - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

Вариант 9.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере $-30^0,\ 105^0$; б) в градусной мере $\frac{3\pi}{5},\ \frac{\pi}{12}$.
2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{5\pi}{6}$.
3. Определите знак: $\cos\left(-930^0\right)$ и $\sin\frac{7\pi}{6}$.
4. а) Найдите значение выражения $2\sin\alpha + \cos 2\alpha - 3\sin 3\alpha - 4\cos 6\alpha$, если $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

   б) Упростите: $\dfrac{a^2ctg\dfrac{\pi}{4} + abtg\dfrac{5\pi}{4} + a^2b^2\cos\dfrac{\pi}{2} + ab\sin\dfrac{\pi}{2} + b^2\cos 10\pi}{a^3tg\dfrac{\pi}{4} - 3a^2btg\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) + 3ab^2ctg\dfrac{5\pi}{4} - b^3ctg\dfrac{3\pi}{4}}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №21

«Преобразование тригонометрических выражений»

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Под руководством преподавателя выполнить упражнения тренировочного раздела.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ РАЗДЕЛ

Тема: «*Основные тригонометрические формулы*»

1. Основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \ldots = \ldots$ выполняется при любых значениях α.
2. Упростите выражения: а) $1-\cos^2\alpha$; б) $(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)$.
3. Следствием из основного тригонометрического тождества является формула, выражающая $\sin\alpha$ через $\cos\alpha$: $\sin\alpha = \ldots$.
4. Найдите значение тригонометрической функции $\cos\alpha$, если известно, что $\sin\alpha = \frac{3}{5},\ 0<\alpha<\frac{\pi}{2}$.
5. Тангенсом угла α называется отношение ... угла α к его ...: $tg\alpha = \ldots$.
6. Из определения тангенса и котангенса следует: $tg\alpha\, ctg\alpha = \ldots$.
7. Соотношение между тангенсом и косинусом одного и того же угла $1+tg^2\alpha = \ldots$, когда $\cos\alpha \ldots$.
8. Формула $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ не имеет смысла при $\alpha = \ldots$.
9. Преобразуйте выражения: а) $tg\alpha\cos\alpha$; б) $\frac{\sin\alpha}{tg\alpha}$; в) $\sin^2\beta - \sin^2\beta\cos^2\beta$.
10. Упростите: а) $\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}+\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}$; б) $\frac{1+tg^4\alpha}{tg^2\alpha+ctg^2\alpha}$.
11. Докажите тождество: $\frac{ctg\alpha}{tg\alpha+ctg\alpha}=\cos^2\alpha$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

№	ВАРИАНТ 1	№	ВАРИАНТ 2
1	Вычислить значение выражения 12·cosα -4,5 . если sinα= $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ *при* $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$	1	Вычислить значение выражения 3,5·sinα-1,5 , если cosα = $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ *при* $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$.
2	Вычислить значение выражения $3\cos^2\alpha$- 6 +$3\sin^2\alpha$ присosα=-0.3.	2	Вычислить значение выражения $5\sin^2\alpha$ +0,61 +5 $\cos^2\alpha$ приsinα= -0.4.

3	Вычислить значение выражения $2\cos^2\alpha + 1$ при $tg\alpha = \frac{1}{3}$.	3	Вычислить значение выражения $26\cos^2\alpha - 1$ при $tg\alpha = \frac{1}{5}$.
4	.Упростите: $\cos^2\alpha \cdot tg^2\alpha : (1 - \cos^2\alpha)$.	4	Упростите: $\sin^2\alpha \cdot ctg^2\alpha : (1 - \sin^2\alpha)$
5	Упростите: $(2 + \cos\alpha) \cdot (2 - \cos\alpha) +$ $+(2 - \sin\alpha) \cdot (2 + \sin\alpha)$.	5	Упростите: $(3 + \cos\alpha) \cdot (3 - \cos\alpha) +$ $+(3 - \sin\alpha) \cdot (3 + \sin\alpha)$.
6	Упростите: $\frac{\cos t - 1}{\sin t} \cdot \frac{\cos t + 1}{\sin t}$.	6	Упростите: $\frac{\sin t - 1}{\cos t} \cdot \frac{\sin t + 1}{\cos t}$.
7	Упростите: $\frac{1 - \sin x}{\cos x} \; \frac{\cos x}{-1 + \sin x}$.	7	Упростите: $\frac{1 + \cos x}{\sin x} \; \frac{\sin x}{-1 - \cos x}$.
8	Упростите: $(\sin\alpha - 2\cos\alpha)^2 + 4\sin\alpha\cos\alpha$	8	Упростите: $(3\sin\alpha + 2\cos\alpha)^2 - 12\sin\alpha\cos\alpha$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 22.

Формулы приведения.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Под руководством преподавателя выполнить упражнения тренировочного раздела.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

1. Знаки тригонометрических функций:

y y

II+ + I II - + I

x x

– – + -

III IV III IV

знаки синуса знаки тангенса

2. Четность и нечетность тригонометрических функций: $sin(-\alpha)=\ldots;$ $cos(-\alpha)=\ldots;$ $tg(-\alpha)=\ldots$.

Вывод: четной функцией является ....

3. Найдите значения выражений: а) $sin(-30^0)$; б) $cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; в) $tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

4. Тригонометрические функции углов вида $\frac{\pi}{2}\pm\alpha,\ \pi\pm\alpha,\ \frac{3\pi}{2}\pm\alpha,\ 2\pi\pm\alpha$ могут быть выражены через функции угла α с помощью формул приведения: $sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\ldots$; $cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\ldots$; $tg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\ldots$; $ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\ldots$; $sin(180^0+\alpha)=\ldots$; $cos(180^0+\alpha)=\ldots$; $tg(180^0+\alpha)=\ldots$; $ctg(180^0+\alpha)=\ldots$; $sin(360^0-\alpha)=\ldots$; $cos(360^0-\alpha)=\ldots$; $tg(360^0-\alpha)=\ldots$; $ctg(360^0-\alpha)=\ldots$; $sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\ldots$; $cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\ldots$; $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\ldots$; $ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\ldots$.

5. Вычислите: а) $sin\,240^0$; б) $tg300^0$; в) $sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)tg\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$; г) $sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)cos\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)tg\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$; д) $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$.

ВАРИАНТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:

   a) $tg\ 405^\circ$;

   b) $\sin\frac{7\pi}{4}$.

2. Найти значение выражения:

$$\cos 630^\circ - \sin 1470^\circ - ctg\ 1125^\circ.$$

3. Упростить выражение:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{tg\,(\pi-\beta)}$$

Вариант 2.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:
   a) $\sin 240^{\circ}$;
   b) $\cos\frac{15\pi}{4}$.
2. Найти значение выражения:

$$tg\,1800^{\circ}-\sin 495^{\circ}+\cos 945^{\circ}.$$

3. Упростить выражение:

$$\frac{\sin(\pi+\beta)-\cos(\pi+\beta)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)}$$

Вариант 3.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:
   a) $tg\ 1215^{\circ}$;
   $b)\ \sin\frac{11\pi}{3}$.
2. Найти значение выражения:

$$3\cos 3660^{\circ}+\sin(-1560^{\circ})+\cos(-450)^{\circ}.$$

3. Упростить выражение:

$$\frac{\mathrm{ctg}\,(2\pi+\beta)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)}\cdot\frac{\cos(\pi+\beta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}$$

Вариант 4.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:
   b) $cos\ 420^{\circ}$;
   $b)\ \sin\frac{8\pi}{3}$.
2. Найти значение выражения:

$$\cos 4455^{\circ}-\cos(-945^{\circ})+tg\ 1035^{\circ}-ctg(-1500^{\circ}).$$

3. Упростить выражение:

$$\frac{\mathrm{tg}(2\pi+\beta)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}\cdot\mathrm{ctg}(\pi+\beta)\ \sin(\pi-\beta)$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 23.

Тема: Преобразование простейших тригонометрических выражений.

Цель работы: использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений.

Методические рекомендации.

Формулы суммы и разности тригонометрических функций

$\sin\alpha + \sin\beta$	$2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\sin\alpha - \sin\beta$	$2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\cos\alpha + \cos\beta$	$2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\cos\alpha - \cos\beta$	$-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
$\cos\alpha + \sin\alpha$	$\sqrt{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$
$\cos\alpha - \sin\alpha$	$\sqrt{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$
$\mathrm{tg}\,\alpha \pm \mathrm{tg}\,\beta$	$\frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$
$\mathrm{ctg}\,\alpha \pm \mathrm{ctg}\,\beta$	$\frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$
$\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{ctg}\,\beta$	$\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$

См. продолжение

26

При доказательстве тригонометрических тождеств обычно используют следующие способы:

1. Выражение, стоящее в одной части равенства, с помощью тождественных преобразований приводят к выражению, стоящему в другой части равенства.
2. Выражения, стоящие в левой и правой части тождества с помощью тождественных преобразований приводят к одному и тому же виду.
3. Доказывают, что разность между левой и правой частью тождества равны нулю.

При доказательстве тригонометрических тождеств используют основные соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента, формулы приведения, формулы сложения, формулы для двойного и половинного аргумента, формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение, а также числовые значения тригонометрических функций для некоторых углов.

Пример 1 Доказать тождество: $\cos^2\alpha = (1-\sin\alpha)\cdot(1+\sin\alpha)$

Доказательство: $(1-\sin\alpha)\cdot(1+\sin\alpha) = 1-\sin^2\alpha = \cos^2\alpha$ - правая часть

$$\cos^2\alpha = \cos^2\alpha$$

Пример 2 Доказать тождество: $\dfrac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = \dfrac{1+\sin\varepsilon}{\cos\alpha}$

Доказательство: $\dfrac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} - \dfrac{1+\sin\varepsilon}{\cos\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha-(1-\sin^2\alpha)}{\cos\alpha(1-\sin\alpha\ )} = \dfrac{\cos^2\alpha-\cos^2\alpha}{\cos\alpha(1-\sin\alpha\ )} = 0$

Варианты работ.

1 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $(\sin\alpha-\cos\alpha)^2 = 1-\sin 2\alpha$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\sin(\alpha-\beta)-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin(-\beta)$; б) $\sin 2\alpha+(\sin\alpha-\cos\alpha)^2$

Задание 3. Вычислить $\cos(\alpha-\beta)$, если $\cos\alpha = -0{,}8$; $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, $\sin\beta = -\dfrac{12}{13}$, $\pi<\beta<\dfrac{3}{2}\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) cos 780º ; 2) sin $\dfrac{13}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

2 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $2\cos^2 z-\cos 2z = 1$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\dfrac{2(\cos z+\cos 3z)}{2\sin 2z+\sin 4z}$ б) $\cos z\cdot tgz-2\sin z$

Задание 3. Вычислить $\sin 2z,\ если\ \sin z = \dfrac{3}{5},\ \dfrac{\pi}{2}<z<2\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) sin 780º ; 2) cos $\dfrac{13}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\cos z,\ если\ \ \sin z = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

3 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $\cos^4 z - \sin^4 z = \cos 2z$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\left(\frac{1+\cos^2\alpha}{\sin\alpha} - \sin\alpha\right)\frac{1}{2}tg\alpha$ б) $\cos\alpha - \sin\alpha \cdot ctg\alpha$

Задание 3. Вычислить $\sin(z-\beta)$, если cos z = - 0,8 $\frac{\pi}{2} < z < \pi, \sin\beta = -\frac{12}{13}, \pi < \beta < \frac{3}{2}\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) sin 750º ; 2) cos $\frac{47}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\sin z$, если $\cos z = \frac{2}{3}$

4 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $\sin 2z = (\sin z + \cos z)^2 - 1$

Задание 2. Упростить выражение.

а) $ctg\alpha\left(\frac{1+\sin^2\alpha}{\cos\alpha} - \cos\alpha\right)$ б) $2\sin z \cdot \cos\beta + \cos(z+\beta)$

Задание 3. Вычислить $\cos(z+\beta)$, если $\sin z = -\frac{3}{5}, \frac{3}{2}\pi < z < 2\pi, \sin\beta = \frac{8}{17}, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) cos 750º ; 2) sin $\frac{47}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\cos z$, если $\sin z = \frac{2\sqrt{3}}{5}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №24.
ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Закрепить навыки определения типов тригонометрических уравнений (простейшее, квадратное относительно $\sin x,\ \cos x,\ tgx$, однородное относительно $\sin x$ и $\cos x$, уравнение, решаемое разложением на множители левой части).
2. Усвоить алгоритмы решения основных типов тригонометрических уравнений.

ОБОРУДОВАНИЕ: карты индивидуальных заданий, таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов, таблицы частных случаев решения простейших тригонометрических уравнений, таблицы формул тригонометрии, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Дайте определения арксинуса, арккосинуса арктангенса и арккотангенса числа *a*.

   б) Перечислите свойства обратных тригонометрических функций.

   в) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

   г) Какой вид имеет квадратное относительно $\sin x,\ \cos x,\ tgx$ тригонометрическое уравнение? Объясните алгоритм его решения.

   д) Какой вид имеет однородное относительно $\sin x$ и $\cos x$ тригонометрическое уравнение? Какова методика его решения?

   е) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

2. По образцу выполнить тренировочные задания.
3. Изучить условие задания для самостоятельной работы.
4. Оформить отчет о работе.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ:

ПРИМЕР 1. Вычислите: $2\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1$.

РЕШЕНИЕ.

$$2\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1 =$$

$$=-2\arcsin\frac{1}{2}+\left(\pi-\arccos\frac{1}{2}\right)+arctg1=-2\cdot\frac{\pi}{6}+\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}.$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

Вычислите: а) $sin\left(arcsin\frac{1}{2}\right)$; б) $cos(arctg1)$;в $3arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+arctg(-1)$;

г) $2arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

ПРИМЕР 2. Решите уравнение: $sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-1$.

РЕШЕНИЕ.

По формуле частного случая: $\frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ -x=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ \ -x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ \ x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ \ n\in Z$.

ПРИМЕР 3. Решите уравнение: $2cos3x=-\sqrt{2}$.

РЕШЕНИЕ.

Разделим левую и правую части уравнения на 2: $cos3x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

По формуле $t=\pm arccos\,a+2\pi n$ получаем: $3x=\pm arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n,\ \ 3x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n,\ \ 3x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на 3: $x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ \ n\in Z$.

ПРИМЕР 4. Решите уравнение: $3tg\frac{5}{3}x-1=0$.

РЕШЕНИЕ.

Выразим $tg\frac{5}{3}x$: $3tg\frac{5}{3}x=1,\ \ tg\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$.

По формуле $t=arctg a+\pi n$ получаем: $\frac{5}{3}x=arctg\frac{1}{3}+\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$: $x=\frac{3}{5}arctg\frac{1}{3}+\frac{3\pi n}{5},\ \ n\in Z$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

Решите уравнения: а) $2\sin 3x=-1$; б) $-2\cos\left(-\frac{x}{2}\right)=1$; в) $\sqrt{3}tg\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1=0$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1

1. Вычислите: $arcsin\frac{1}{2}+arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)+3arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.
2. Решите уравнения: а) $sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=0$; б) $cos\,3x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=3$.

Вариант 2

1. Вычислите: $arcctg\left(-\sqrt{3}\right)-arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+0{,}83\,arccos\,1$.
2. Решите уравнения: а) $sin\,2x=\frac{1}{2}$; б) $cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; в) $tg\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=-2$.

Вариант 3

1. Вычислите: $sin\left(arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
2. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; б) $cos\,3x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg2x=-\sqrt{3}$.

Вариант 4

1. Вычислите: $cos\left(arccos\frac{1}{2}\right)$.
2. Решите уравнения: а) $sin\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg\left(2x-\frac{\pi}{10}\right)=0$.

Вариант 5

1. Вычислите: $tg\left(arctg\sqrt{3}\right)$.
2. Решите уравнения: а) $2\,sin\,2x=-1$; б) $cos\frac{x}{4}=\frac{4}{5}$; в) $tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 6

1. Вычислите: $ctg\left(arctg\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\,x=\frac{3}{5}$; б) $cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=-1$; в) $3tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{3}$.

Вариант 7

1. Вычислите: $sin\left(arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\,sin\,x=-\sqrt{2}$; б) $cos(1-x)=\frac{1}{2}$; в) $tg\frac{x}{2}=-\sqrt{3}$.

Вариант 8

1. Вычислите: $tg\left(arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\,sin\frac{x}{2}=\sqrt{3}$; б) $cos\,4x=-0{,}25$; в) $tg\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$.

Вариант 9

1. Вычислите: $arccos\left(sin\frac{5\pi}{6}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(3-\frac{x}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg2x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 10

1. Вычислите: $arctg\left(ctg\frac{3\pi}{4}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sqrt{2}\,cos(4+x)=-1$; в) $tg\left(-\frac{x}{2}\right)=1$.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ:

ПРИМЕР 1. Решите уравнение: $2\,sin^2x-5\,cos\,x+1=0$.

РЕШЕНИЕ. Применив основное тригонометрическое тождество: $sin^2x=1-cos^2x$, получим:

$$2\left(1-cos^2x\right)-5\,cos\,x+1=0,$$

$$2-2\,cos^2x-5\,cos\,x+1=0,$$

$$2\cos^2 x + 5\cos x - 3 = 0.$$

Это уравнение является квадратным относительно $\cos x$. Обозначим $\cos x = y$, тогда $2y^2 + 5y - 3 = 0$. Полученное уравнение имеет решения

$$y_1 = -3, \;\; y_2 = \frac{1}{2}.$$

Составим два простейших уравнения:

$$\cos x = -3 \quad \text{и} \quad \cos x = \frac{1}{2}.$$

Первое уравнение решений не имеет, так как $-1 \le \cos x \le 1$. Второе уравнение имеет решение:

$$x = \pm \arccos\frac{1}{2} + 2\pi n,$$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n.$$

Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \; n \in Z$

ПРИМЕР 2. Решите уравнение: $3\sin^2 x - 2\sin 2x + 5\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 2$.

РЕШЕНИЕ.

Так как по формуле приведения $\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos^2 x$, а $\sin 2x = 2\sin x\cos x$ по формуле двойного угла, то

$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x - 2 = 0.$$

При помощи основного тригонометрического тождества заменим 2 на $2\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)$ и получим:

$$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x - 2\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) = 0,$$

откуда

$$\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0.$$

Это уравнение является однородным относительно $sin\,x$ и $cos\,x$. Разделив обе части полученного уравнения на $cos^2 x$, получим

$$tg^2x - 4tgx + 3 = 0.$$

Это уравнение является квадратным относительно tgx. Обозначим $tgx = y$, тогда $y^2 - 4y + 3 = 0$. Полученное квадратное уравнение имеет корни $y_1 = 1, \; y_2 = 3$. Из уравнения $tgx = 1$ получаем

$$x_1 = arctg1 + \pi n,$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

Из уравнения $tgx = 3$ получаем

$$x_2 = arctg3 + \pi k.$$

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n, \; n \in Z, \;\; arctg3 + \pi k, \; k \in Z$

ПРИМЕР 3. Решите уравнение: $cos\,2x = cos\,6x$.

РЕШЕНИЕ.

Запишем данное уравнение иначе:

$$cos\,2x - cos\,6x = 0.$$

По формуле разности косинусов $cos\,x - cos\,y = -2\,sin\frac{x+y}{2}\,sin\frac{x-y}{2}$ получаем:

$$2\,sin\,4x\,sin\,2x = 0.$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Поэтому если $sin\,4x = 0$, то $4x = \pi n, \;\; x_1 = \frac{\pi n}{4}, \; n \in Z$; если $sin\,2x = 0$, то $2x = \pi k, \;\; x_2 = \frac{\pi k}{2}. \; k \in Z$.

Можно заметить, что вторая серия решений содержится в первой и иначе записать ответ.

Ответ: $x = \frac{\pi n}{4},\ n \in Z$.

ПРИМЕР 4. Решите уравнение: $\sin 3x = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

РЕШЕНИЕ.

В правой части применим формулу приведения

$$\sin 3x = 2\sin x,$$

$$\sin 3x - \sin x - \sin x = 0,$$

$$(\sin 3x - \sin x) - \sin x = 0.$$

Применим формулу разности синусов $\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$, тогда

$$2\sin x\cos 2x - \sin x = 0.$$

Вынесем за скобки общий множитель:

$$\sin x(2\cos 2x - 1) = 0.$$

Если $\sin x = 0$, то $x_1 = \pi n$; если $2\cos 2x - 1 = 0$, то $2\cos 2x = 1,\ \cos 2x = \frac{1}{2}$, значит, $2x = \pm\arccos\frac{1}{2} + 2\pi k,\ 2x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ x_2 = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k$.

Ответ: $\pi n,\ n \in Z;\ \ \pm\frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

Решите уравнения: а) $\cos 2x - 2\sin x - 3 = 0$; б) $6\sin^2 x + \sin x\cos x - \cos^2 x = 2$; в) $\cos 3x = 2\sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $sin^2 x - 2 sin x - 3 = 0$;
2. $7 sin^2 x - 8 sin x cos x = 15 cos^2 x$;
3. $cos 2x = cos x$;
4. $sin 3x cos 2x = sin 5x$.

Вариант 2

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2 sin^2 x - 5 cos x + 1 = 0$;
2. $sin^2 x - 5 sin x cos x + 6 cos^2 x = 0$;
3. $7 sin x - 3 cos 2x = 0$;
4. $4 sin 2x cos 2x + 1 = 0$.

Вариант 3

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $tg^2 x + 2 tgx - 3 = 0$;
2. $2 sin^2 x - 5 sin x cos x + 3 cos^2 x = 0$;
3. $sin 2x = 2 sin^2 x$;
4. $cos x cos 3x = cos 5x cos 7x$.

Вариант 4

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2 cos^2 x - 3 cos x - 2 = 0$;
2. $3 cos^2 x = 4 sin x cos x - sin^2 x$;
3. $sin^2 x + cos^2 x = sin 2x$;
4. $cos x cos 5x = 0{,}5 cos 4x$.

Вариант 5

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $5 tg^2 x - 13 tgx - 6 = 0$;
2. $3 sin^2 x - 7 sin x cos x + 2 cos^2 x = 0$;
3. $cos 2x + cos x = 0$;

4. $\cos 4x \cos 2x = \cos 5x \cos x$.

Вариант 6

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2\sin^2 x = 3\cos x$;
2. $\sin^2 x + 1{,}5\cos^2 x = 2{,}5\sin x\cos x$;
3. $\sin 2x - 2\sqrt{3}\sin^2 x = 0$;
4. $\cos 3x - \cos x = 0$.

Вариант 7

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2\cos^2 x + 4\sin^2 x = 3$;
2. $\sin^2 x + 2\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$;
3. $\cos 2x = \cos x$;
4. $\cos 2x\cos 3x = \sin 6x\sin x$.

Вариант 8

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $tg^2 x - 4tgx + 3 = 0$;
2. $3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$;
3. $\cos 2x = 2\sin^2 x$;
4. $\sin 6x\cos 2x = \sin 5x\cos 3x$.

Вариант 9

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $3\sin^2 x - \cos^2 x = 0$;
2. $\sin^2 x + \sin x\cos x - 2\cos^2 x = 0$;
3. $\sin 2x = \cos x$;
4. $\cos 3x\cos x = \sin 3x\sin x$.

Вариант 10

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2\sin^2 x + 3\sin x = 2$;
2. $2\sin^2 x - \sin x\cos x - \cos^2 x = 0$;

3. $\sin 2x = 2\cos^2 x$;
4. $\cos 4x + \cos x = 0$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №25.
РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИИ.

Методические рекомендации.

Опр.

Уравнение называется тригонометрическим, если неизвестная величина входит в него как аргумент тригонометрической функции.

Решение тригонометрических уравнений

Уравнение	a	Формулы решений	Частные случаи
$\sin x = a$	$\lvert a\rvert > 1$	Нет решений	—
	$\lvert a\rvert \leqslant 1$	$x = (-1)^k \times \arcsin a + \pi k,\ k \in z$	$\sin x = 0$; $x = \pi k,\ k \in z$
			$\sin x = 1$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in z$
			$\sin x = -1$; $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in z$
$\cos x = a$	$\lvert a\rvert > 1$	Нет решений	—
	$\lvert a\rvert \leqslant 1$	$x = \pm\arccos a + 2\pi n,\ n \in z$	$\cos x = 0$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in z$
			$\cos x = 1$; $x = 2\pi n,\ n \in z$
			$\cos x = -1$; $x = \pi + 2\pi n,\ n \in z$
$\mathrm{tg}\, x = a$	a — любое число	$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi k,\ k \in z$	—
$\mathrm{ctg}\, x = a$	a — любое число	$x = \mathrm{arcctg}\, a + \pi n,\ n \in z$	—

Если уравнение имеет две серии корней, полученных при решении тригонометрических уравнений, имеющую общую часть, в ответе можно оставлять обе серии. Например, x = πn ;

x = $\frac{\pi n}{3}, n \in Z$

ВАРИАНТЫ РАБОТ.

1 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1\right)(2ctgx+1)=0$

2) $tgx+9ctgx-10=0$

3) $2\sin 2x=3\cos 2x$

4) $3\sin^2 x+\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$

5) $\sin 5x=\sin x$

6) $\sin 4x+\sin^2 2x=0$

2 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(1-\sqrt{2}\cos\frac{x}{4}\right)\left(1+\sqrt{3}ctgx\right)=0$

2) $4\sin^2 x-\cos x-1=0$

3) $4\sin x+\cos x=0$

4) $3\sin^2 x-7\sin x\cdot\cos x+2\cos^2 x=0$

5) $\cos 3x-\cos 5x=\sin 4x$

6) $2\sin x\cdot\cos x=\cos x$

---

3 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(1+\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)\cdot\left(tgx-\sqrt{3}\right)=0$

2) $tg^2x-3tgx-4=0$

3) $\sqrt{3}\cos x+\sin x=0$

4) $4\sin^2 x-5\sin x\cdot\cos x-6\cos^2 x=0$

5) $\sin 7x-\sin x=\cos 4x$

6) $\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x=\sin^2 x$

---

4 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(ctgx-\sqrt{3}\right)\cdot\left(2\sin\frac{x}{12}+1\right)=0$

2) $6\sin^2 x-\cos x+6=0$

3) $\sin x=2\cos x$

4) $2\sin^2 x+3\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$

5) $\cos x=\cos 3x$

6) $\sin 4x=\sin 2x$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ: "ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ".

1 вариант

№ 1 Упростить выражения:

а) $(Cos\alpha-Sin\alpha)^2-(Cos\alpha+Sin\alpha)^2=$

б) $\frac{1+ctg^4\alpha}{tg^2\alpha+ctg^2\alpha}=$

в) $\frac{Sin^2\alpha-tg^2\alpha}{Cos^2\alpha-ctg^2\alpha}=$

№ 2 Решить уравнения:

а) $Cos2x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

б) $Sin\left(\frac{2x}{5}-\frac{\pi}{4}\right)=-1$

в) $tg\left(\frac{x}{4}-\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{3}$

г) $\left(Cos2x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(tg3x+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=0$

2 вариант

№ 1 Упростить выражения:

а) $(tg\alpha+ctg\alpha)^2-(tg\alpha-ctg\alpha)^2=$

б) $\frac{1+tg^4\alpha}{tg^2\alpha+ctg^2\alpha}=$

в) $\frac{Sin^2\alpha-tg^2\alpha}{Cos^2\alpha-ctg^2\alpha}=$

№ 2 Решить уравнения:

а) $Sin6x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

б) $Cos\left(\frac{2x}{5}-\frac{\pi}{4}\right)=-1$

в) $ctg\left(\frac{x}{4}-\frac{\pi}{2}\right)=-\sqrt{3}$

г) $\left(Cos2x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(tg3x+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=0$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 27.
ПРИЗМА, ЕЕ ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ВИДЫ

Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

1. Изображение должно быть наглядным. Призму надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.
2. Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.
3. Выполнение чертежа призмы удобно начинать с верхнего основания, т.к. в верхнем основании все линии видимые, боковые рёбра изображаются в виде параллельных и равных отрезков.

$ABCDE\ A_1\ B_1\ C_1\ D_1$ – наклонная призма.

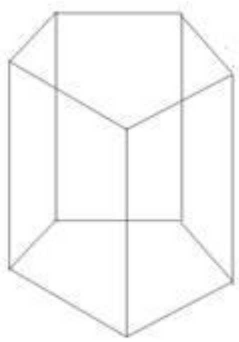
$ABCDE$ и $A_1\ B_1\ C_1\ D_1\ E_1$ - основания призмы

$ABB_1\ A_1$ ... - боковые грани (параллелограммы)

AA_1, BB_1, … - боковые рёбра

h - высота призмы

$A_1\ D$ – диагональ призмы



Если боковые рёбра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма является *прямой*. Высота прямой призмы равна её боковому ребру.

Прямая призма называется *правильной*, если её основания – правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники.

1 вариант.

1) Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна *a*, а диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45º. Найти:

а) диагональ призмы;

б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания. в) площадь боковой и полной поверхности призмы.

2) Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна *m*, а острый угол равен 60º. Через катет, противолежащий этому углу, и противоположную этому катету вершину другого основания проведено сечение, составляющее 45º с плоскостью основания. Доказать, что $\Delta A_1CД$ прямоугольный. Вычислить площадь основания призмы, высоту призмы.

2 вариант.

1) Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна *a* и образует с плоскостью боковой грани угол в 30º. Найти:

а) сторону основания призмы, б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через диагональ основания параллельно диагонали призмы; в) площадь боковой и полной поверхности.

2) Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна *m*, а острый угол равен 60º. Через катет, противолежащий этому углу, и противоположную этому катету вершину другого основания проведено сечение, составляющее угол 45º с плоскостью основания. Доказать, что ΔA_1CB прямоугольный. Вычислить площадь основания призмы, высоту призмы.

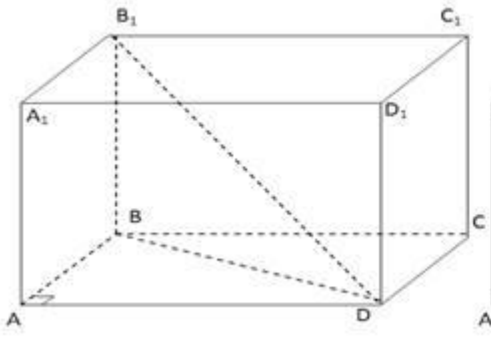
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 28.
ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД, ЕГО ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ВИДЫ.

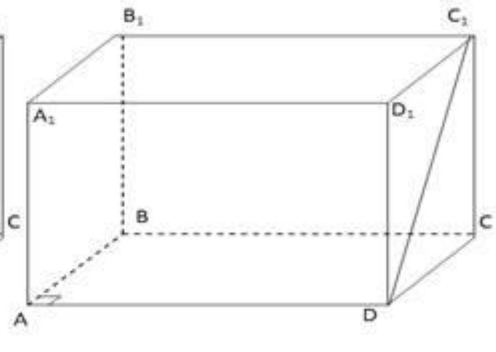
Цель работы:

- формирование логического мышления, пространственного воображения через решение задач;
- развить умение составлять наглядные рисунки для задач;
- воспитывать самостоятельные навыки.

Ход работы:

1. Повторение теоретического материала. Назвать основные элементы.





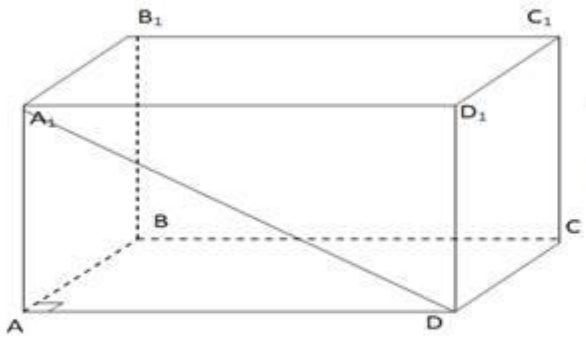
2. найти ошибки в записях.

Sполн. = S бок. + S осн

Sбок. = P осн.

S осн. = AB $\cdot$ Вд

Решить задачу.



Дано: Прямоугольный параллелепипед

АД = 5см; АВ = 3см

$\angle$ A_1ДА = 60°

Найти S полн.

Решение

1. S полн. = S бок. + 2 S осн
   S бок = P осн $\bullet$H
2. Из$\triangle$ AA_1 Д – прямоугольный (по условию), из соотношений сторон и углов в прямоугольном треугольнике

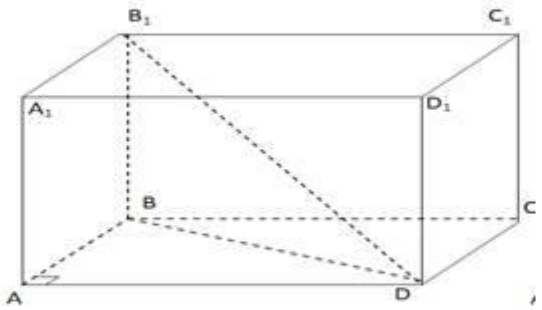
$\text{tg}\ 60° = \frac{AA_1}{AD}$; AA_1 = АД $\cdot$ tg 60° = (см)

3. P осн. = 2 (АВ+АД) = 2 (5+3) = 16 (см)

4. S бок = 16 = $80\sqrt{3}$ (см^2)
5. 2 S осн = 2$\cdot$ 5 $\cdot$ 3 = 30 (см^2)
6. S полн = ($80\sqrt{3}$ + 30) = см^2

Ответ: ($80\sqrt{3}$ + 30) = см^2

ВАРИАНТЫ РАБОТ.



1. Подписать основные элементы параллелепипеда.

2.Записать формулы нахождения площади полной поверхности и объема параллелепипеда.

3. <u>1 вариант.</u>

9. Основание прямого параллелепипеда — параллелограмм со сторонами 8 и 32 см и острым углом $\alpha = 60°$. Большая диагональ параллелепипеда равна 40 см. Вычислите объем параллелепипеда.

11. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 17 и 25 см, одна из диагоналей основания равна 26 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 30°. Вычислите объем параллелепипеда.

2 вариант

10. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 25 и 39 см, а площади его диагональных сечений равны 204 и 336 см^2. Найдите объем параллелепипеда.

12. Основанием прямого параллелепипеда является ромб, диагонали которого относятся, как 5:16. Диагонали параллелепипеда равны 26 и 40 см. Вычислите объем параллелепипеда.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 29.

ПИРАМИДА, ЕЕ ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ВИДЫ.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические указания

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

1. Изображение должно быть наглядным. Пирамиду надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.
2. Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.

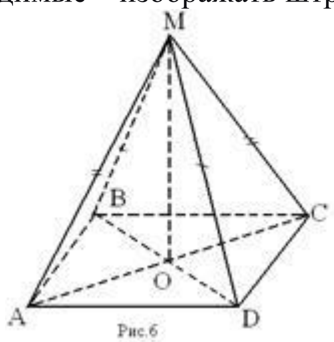


Рис.6

MABCD – четырёхугольная пирамида

M – вершина пирамиды,

ABCD - основание,

MAB, MBC, MCD, MAD – боковые грани

MA, MB, MC, MD - боковые рёбра

MO - высота

Пирамида называется *правильной*, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.

Треугольная пирамида

1 вариант.

1) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна a , высота h. Найти плоский угол при вершине пирамиды, угол между боковой гранью и плоскостью основания.

2) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна m, плоский угол при вершине равен α. Найдите:

а) высоту пирамиды;

б) двугранный угол между боковой гранью и плоскостью основания.

2 вариант.

1) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна a, плоский угол при вершине равен α. Найти боковое ребро пирамиды.

2) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна a, а высота равна h. Найдите боковое ребро пирамиды, угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №30.
МНОГОГРАННИКИ

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

№ 1. Каждое ребро правильной треугольной призмы равно а. Найдите периметр сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную вершину верхнего основания.

№ 2. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб со стороной 4 см и углом 60º. Большая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45º. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

№ 3. Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 5 см, апофема - см. найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№ 4. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см, сторона её основания – 12 см. вычислите длину бокового ребра пирамиды.

Вариант 2

№ 1. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна а, её боковое ребро – 2а. Найти площадь диагонального сечения.

№ 2. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 4 см образуют угол 60º. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с основанием угол 45º. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

№ 3. Площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды см2. Найдите длину апофемы, если ребро основания пирамиды равно 3 см.

№ 4. Высота правильной треугольной пирамиды равна 6 см, сторона её основания – 12 см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 31.
ЦИЛИНДР, ЕГО ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ, СЕЧЕНИЯ И РАЗВЕРТКА.

Цели: закрепление понятий: цилиндр, площадь боковой, полной поверхности; способствовать развитию математического мышления, формировать умения анализировать, сравнивать, обобщать.

« Геометрия – это наука хорошо измерять. » П. Рамус.

Оборудование: модели цилиндра, тесты, калькулятор, линейки, карандаши.

Методические указания.

Цили́ндр — геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими её

Круги, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющие соответствующие точки оснований, - образующими цилиндра.

Поверхность, состоящая из образующих, называется боковой поверхностью цилиндра.

Цилиндр прямой круговой может быть получен путем вращения прямоугольника вдоль стороны как оси.

Элементы цилиндра.

R= АД – радиус цилиндра;   D – диаметр.

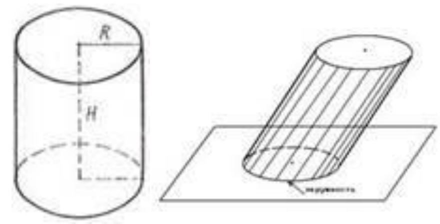
H = АВ – высота;

L =СД – образующая.

S = πR^2 - площадь круга.   D = 2R.

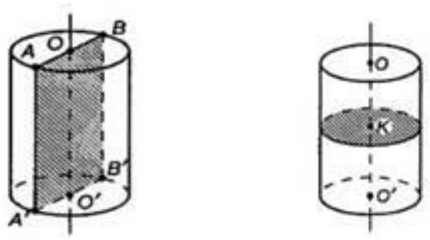
С – длина окружности.   С = $2\pi R$

Виды цилиндров



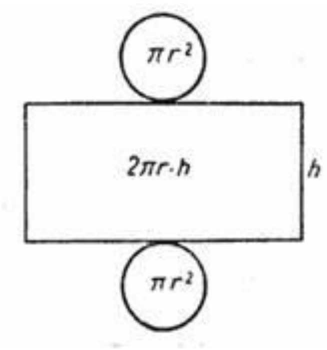
прямой   наклонный

Сечения цилиндра:



осевое сечение   сечение плоскостью перпендикулярной оси

Площадь боковой поверхности прямого цилиндра вычисляется по его развёртке. Развёртка цилиндра представляет собой прямоугольник с высотой h (Н) и длиной равной длине окружности основания $2\pi R$.



Следовательно, площадь боковой поверхности цилиндра равна площади его развёртки и вычисляется по формуле: $S_{б.п.}= 2\pi R\cdot H$

Площадь полной поверхности находиться как сумма боковой поверхности и двух площадей основания (круга), вычисляется по формуле: $S_{п.п.}= 2\pi R\cdot H+2\pi R^2$

Использование цилиндров: в одежде, в быту, в технике: двигатель внутреннего сгорания, на железнодорожном транспорте, на автомобильном транспорте, в архитектуре и строительстве и т.д.

Задание: по данным вам моделям найти площадь боковой поверхности, полной поверхности цилиндра

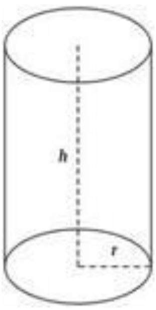
Ход работы:

1.а) Для нахождения площади боковой поверхности цилиндра нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади боковой поверхности цилиндра.

б) Для нахождения площади полной поверхности цилиндра нужно найти площадь основания цилиндра (площадь круга $\pi\cdot R^2$). Подставить данные в формулу площади полной поверхности или найти как сумму площадей боковой поверхности и двух оснований.

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности .

Оформление работы:



Дано: цилиндр, H=12см, R=3см

Найти: $S_{б.п.}$ $S_{п.п.}$

Решение: $S_{б.п.}= 2\cdot\pi\cdot R\cdot H = 2\cdot\pi\cdot 3\cdot 12=72\pi$(см^2)

$S_{п.п.}= 2\cdot\pi\cdot R\cdot H+2\cdot\pi\cdot R^2 = 72\pi + 2\cdot\pi\cdot 3^2 = 72\pi+18\pi = =90\pi$ (см^2)

2.Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач.

Задания для самостоятельной работы:

1вариант

1.Выберите верное утверждение.

а)Длина образующей цилиндра называется радиусом цилиндра; б) Цилиндрическая поверхность называется боковой поверхностью цилиндра; с) Площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{бок} = \pi r^2 h$;

2.Задача. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с крышкой, имеющий диаметр основания 1,25 м и высоту 1,44 м, если на один квадратный метр расходуется 0,25 кг краски (найдите с точностью до 0,1 кг)?

3.Задача. 9.Цилиндрический паровой котёл с крышкой имеет диаметр 2 м и длину 10 м. Вычислить полную поверхность котла.

2 вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Радиус цилиндра не может равняться высоте цилиндра; б) Площадь полной поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{цил} = \pi r(h+r)$; с) Цилиндр может быть получен в результате вращения прямоугольника вокруг одной из его сторон.

2. Задача. Высота ведра, имеющего форму цилиндра, равна 28 см, диаметр дна 20 см. Вычислить, сколько квадратных дециметров оцинкованного железа пошло на изготовление ведра, если отходы составляют 20 % от всего заготовленного железа.

3.Задача. Развертка боковой поверхности цилиндра – квадрат со стороной 2. Найдите площадь полной поверхности цилиндра с точностью до 0,001.

3 вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Цилиндр может быть получен в результате вращения треугольника вокруг своей стороны;

б) Длина образующей цилиндра называется диаметром цилиндра;

с) Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению площади основания цилиндра на его высоту.

2.Задача. Сколько квадратных метров жести израсходовано на изготовление 1 млн. консервных банок диаметром 10 см и высотой 5 см (на швы и отходы добавить 10% материала).

3.Задача. Пизанская башня находиться в итальянском городе Пиза. Высота башни составляет 55м. Диаметр основания равен 15 м.Найти площадь боковой и полной поверхности.

3.Задача. Пизанская башня находиться в итальянском городе Пиза. Высота башни составляет 55м. Диаметр основания равен 15 м.Найти площадь боковой и полной поверхности.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 32

КОНУ, ЕГО ОСНОВЫНЕ ЭЛЕМЕНТЫ, СЕЧЕНИЯ, РАЗВЕРТКА.

Цели:закрепление понятий: конус, площадь полной поверхности конуса, воспитание познавательной активности, показать применение конуса в различных областях, развитие логического мышления.

« Рано или поздно всякая правильная математическая идея находит применение в том или ином деле.» А.Н. Крылов.

Оборудование: модели конуса, линейки, карандаши, калькулятор.

Методические указания.

Конусом называется тело, которое состоит из круга - основание конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга - вершины конуса, и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.

Отрезок, соединяющий вершину и границу основания, называется образующей конуса (ℓ).

Отрезок, опущенный перпендикулярно из вершины на плоскость основания (а также длина такого отрезка), называется высотой конуса (H).

R – радиус основания.

Круговой конус — конус, основание которого является кругом.

Прямой круговой конус (часто его называют просто конусом) можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей катет (эта прямая представляет собой ось конуса)

Часть конуса, лежащая между основанием и плоскостью, параллельной основанию и находящейся между вершиной и основанием, называется усечённым конусом.

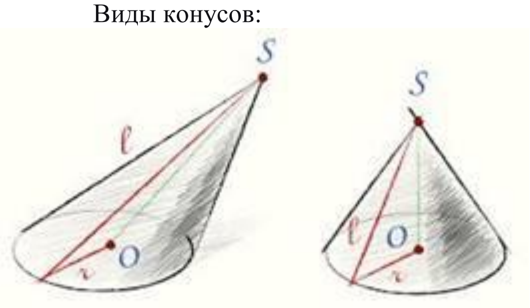
Площадь боковой поверхности усеченного конуса –

$S_{бок} = \pi \ell (r_1 + r_2)$.

где r_1 – радиус верхнего основания ,

r_2 - радиус нижнего основания.

Виды конусов:



наклонный прямой

Боковая поверхность конуса можно вычислить по формуле: $S_{б.п.} = \pi R\ell$, где R — радиус основания, ℓ — длина образующей.

Полная поверхность конуса равна сумме площадей боковой поверхности и площади основания: $S_{п.п.} = \pi R\ell + \pi R^2$.

Сечения конуса:

Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют осевым сечением.

(сечением является равнобедренный треугольник)

Сечение плоскостью перпендикулярной оси конуса:

(сечением является круг).

Применение конусов.

Знания о конусе широко применяются в быту, производстве и науке. мы. Например, мы используем ведра, имеющие форму усеченного конуса; крыши старинных замков похожи на конусы; для переливания жидкостей мы берем воронку, которая также имеет форму усеченного конуса. Во время спортивных соревнований, ограждения для движения в автошколах применяют спортивные фишки.

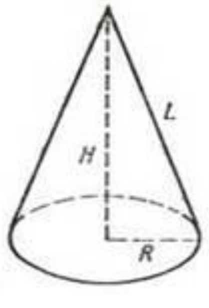
Задание: по данным вам моделям найти площадь боковой поверхности, полной поверхности.

Ход работы:

1.а) Для нахождения площади боковой поверхности конуса нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади боковой поверхности конуса
. б) Для нахождения площади полной поверхности конуса нужно найти площадь основания конуса площадь круга $\pi \cdot R^2$). Подставить данные в формулу площади полной поверхности

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности.

Оформление работы:



Дано: конус, H=10см, R=6см, ℓ= 11,6см

Найти: $S_{б.п.}$ $S_{п.п.}$

Решение: $S_{б.п.} = \pi R\ell = \pi \cdot 6 \cdot 11{,}6 = 69{,}6\pi$ (см^2)

$S_{п.п.} = \pi R\ell + \pi R^2 = \pi \cdot 6 \cdot 11{,}6 + \pi \cdot 6^2 = 105{,}6\pi$ (см^2)

2. Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач

Задания для самостоятельной работы:

1 вариант

1. Выберите верное утверждение:

а) конус может быть получен в результате вращения равностороннего треугольника вокруг его стороны;

б) прямая, проходящая через вершину конуса и центр его основания, называется осью конуса;

в) разверткой боковой поверхности усеченного конуса является круг;

2.Задача. Высота конуса равна15 см, а образующая 16 см. Найдите радиус конуса.

3.Задача. Сколько квадратных метров брезента потребуется для сооружения палатки конической формы? Высотой 1,5м и радиусом 2 м?

2 вариант

1.Выберите неверное утверждение:

а) конус может быть получен в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов;

б) конус называется равносторонним, если его осевое сечение – правильный треугольник.

в) Площадь боковой поверхности конуса может быть вычислена по формуле $S_{бок.} = \pi r(r + \ell)$;

2.Задача. Образующая конуса, равна 8 см, наклонена к плоскости основания под углом 30º. Найдите площадь осевого сечения конуса.

3.Задача. Коническая крыша башни имеет диаметр 6 м и высоту 2 м. Сколько листов кровельного железа потребуется для этой крыши, если размер листа 0,7 м х 1,4 м, а на швы и обрезки тратиться 10% от площади крыши?

3 вариант

1.Выберите верное утверждение

а) сечение конуса, проходящее через ось, есть круг;

б) конус получен в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов;

в) осевым сечением усеченного конуса является прямоугольник.

2.Задача. Осевое сечение конуса – правильный треугольник, со стороной 2r . Найти площадь сечения проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен 60^{0}

3.Задача. .Сколько потребуется краски, для того чтобы покрасить пожарное ведро, если на 100см² необходимо затратить 10г? Радиусом 20 см, а высотой 45 см.

Контрольная работа по теме «Тела и поверхности вращения».

Вариант 1.

№ 1. Цилиндр получен вращением прямоугольника со стороной 5 м и диагональю 13 м вокруг данной стороны. Найдите площадь основания цилиндра.

№ 2. Образующая конуса равна 6 м, а угол между нею и плоскостью основания равен 60º. Найдите площади основания конуса и осевого сечения.

№ 3.В шаре радиуса 26 см на расстоянии 10 см от центра проведена секущая плоскость. Найдите площадь сечения.

Вариант 2.

№ 1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 26 см, высо цилиндра равна 24 см. найдите площадь основания цилиндра.

№ 2. Радиус основания конуса 5 см, его высота 12 см. Найди площадь осевого сечения и длину образующей конуса.

№ 3. В шаре на расстоянии 6 см от центра проведено сечени площадь которого 64π $см^2$. Найдите радиус шара.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 34.
ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Вычисление производной функции по определению».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности учащихся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) Что такое приращение аргумента и приращение функции?

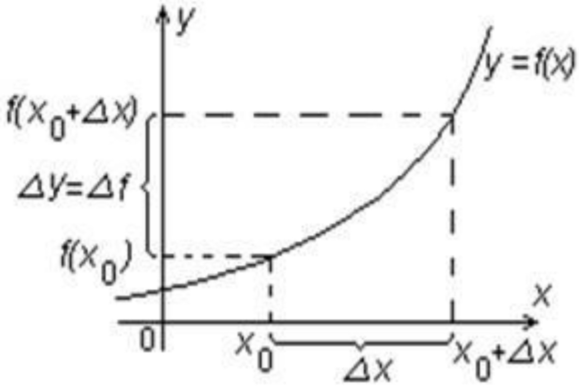
б) В чем состоит геометрический смысл приращений Δx и Δf ?

в) В чем состоит геометрический смысл отношения $\frac{\Delta x}{\Delta f}$?

г) Сформулируйте определение производной функции в точке.

2. С помощью обучающих таблиц повторить планы вычисления приращения функции, производной функции в точке по определению и изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля (в таблице).
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

ОБУЧАЮЩИЕ ТАБЛИЦЫ



1. Приращение аргумента и приращение функции.

На рисунке $\Delta x = (x_0 + \Delta x) - x_0$ - приращение аргумента в точке x_0, $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ - приращение функции в точке x_0.

Задание. Вычислите приращение функции $f(x)$ в произвольной точке, если:

а) $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$; б) $f(x) = sin\, 2x$.

№ шага	План вычисления приращения функции	Применение плана	
		а) $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$	б) $f(x) = sin\, 2x$
1	Фиксируем произвольное значение аргумента x_0 и находим значение функции $f(x_0)$	$x = x_0$, $f(x_0) = 2x_0^2 + 3x_0 - 5$	$x = x_0$, $f(x_0) = sin\, 2x_0$

2	Задаем приращение Δx и находим значение функции $f(x_0+\Delta x)$	$x = x_0+\Delta x$, $f(x_0+\Delta x)=2(x_0+\Delta x)^2+$ $+3(x_0+\Delta x)-5=2x_0^2+4x_0\Delta x+$ $+2(\Delta x)^2+3x_0+3\Delta x-5$.	$x = x_0+\Delta x$, $f(x_0+\Delta x)=sin\,2(x_0+\Delta x)$
3	Находим приращение функции: $\Delta f = f(x_0+\Delta x)-$ $-f(x_0)$	$\Delta f = 2x_0^2+4x_0\Delta x+2(\Delta x)^2+3x_0+$ $+3\Delta x-5-2x_0^2-3x_0+5=4x_0\Delta x+$ $+2(\Delta x)^2+3\Delta x=\Delta x(4x_0+2\Delta x+3)$	$\Delta f = sin\,2(x_0+\Delta x)-sin\,2x_0=$ $=2cos(2x_0+\Delta x)sin\,\Delta x$

Примеры1. Вычислите приращение функции $f(x)$ в произвольной точке x_0, если:

1) $f(x)=3x-8$; 2) $f(x)=2-x^2$; 3) $f(x)=x^3+3$; 4) $f(x)=\sqrt{5x}$; 5) $f(x)=\frac{6}{x}$; 6) $f(x)=7^x$; 7) $f(x)=sin\frac{x}{2}$; 8) $f(x)=1-cos\,x$; 9) $f(x)=tg3x$.

2. Производная функции.

Определение. Производной функции $y=f(x)$ в заданной точке x называется предел отношения приращения функции Δy в этой точке к приращению аргумента Δx, когда Δx стремится к нулю, т.е.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}.$$

Задание. Вычислите производную функции $f(x)$ в точке $x_0=2$, если:

а) $f(x)=3x^2-5x+1$; б) $f(x)=\sqrt{7x-5}$.

№ шага	План вычисления производной функции	Применение плана	
		а) $f(x)=3x^2-5x+1$	б) $f(x)=\sqrt{7x-5}$
1	Фиксируем точку x и даем аргументу приращение Δx	$x,\ x+\Delta x$	$x,\ x+\Delta x$

2	Вычисляем приращение функции $\Delta f = f(x+\Delta x) - f(x)$	$\Delta f = (3(x+\Delta x)^2 - 5(x+ + \Delta x)+1) - (3x^2 - 5x + +1) = 6x\Delta x + 3(\Delta x)^2 - - 5\Delta x$	$\Delta f = \sqrt{7(x+\Delta x)-5} - \sqrt{7x-5} = = \sqrt{7x+7\Delta x-5} - \sqrt{7x-5}$
3	Находим отношение приращения функции к приращению аргумента: $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{\Delta x(6x+3\Delta x-5)}{\Delta x} = = 6x+3\Delta x-5$	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{\sqrt{7x+7\Delta x-5} - \sqrt{7x-5}}{\Delta x}$
4	Вычисляем производную $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$	$f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} (6x+3\Delta x -5) = 6x-5$	$f'(x) = = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{7x+7\Delta x-5} - \sqrt{7x-5}}{\Delta x} = = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{7x+7\Delta x-5-7x+5}{\Delta x\left(\sqrt{7x+7\Delta x-5} + \sqrt{7x-5}\right)} = = \frac{7}{2\sqrt{7x-5}}$
5	Вычисляем $f'(x_0)$	$f'(2) = 6 \cdot 2 - 5 = 7$	$f'(2) = \frac{7}{2\sqrt{7 \cdot 2 - 5}} = \frac{7}{6}$

Примеры2. Вычислите производные следующих функций:

1) $f(x) = 2x+3$ в точке $x=3$; 2) $f(x) = 3x^2 - 2$ в точке $x=0$; 3) $f(x) = 5x - x^2$ в точке $x=1$; 4) $f(x) = \frac{1}{x+3}$ в точке $x=-1$; 5) $f(x) = \sin 2x$ в точке $x = \frac{\pi}{4}$; 6) $f(x) = \cos x$ в точке $x = -\frac{\pi}{3}$;

7) $f(x) = \sqrt{3x+1}$ в точке $x=1$; 8) $f(x) = \sqrt{3}x + 5$ в точке $x=5$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x) = 2x-3,\ x_0 = -2,\ \Delta x = 0{,}1$.
2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x) = 4x - x^2,\ x_0 = 2{,}5,\ x = 2{,}6$.
3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x) = 3x^2$ при $x_0 = 1$.
4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t) = t^2 - 2t,\ t_0 = 3$.

Вариант 2.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x)=3x-2,\ x_0=1,\ \Delta x=0{,}1$.
2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x)=x^2-4x,\ x_0=3,\ x=3{,}1$.
3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x)=3x^3$ при x_0 = 1.
4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t)=t^2+2,\ t_0=2{,}5$.

Вариант 3.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x)=4x+1,\ x_0=2,\ \Delta x=0{,}1$.
2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x)=x-2x^2,\ x_0=2{,}9,\ x=3$.
3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x)=x^2-1$ при x_0 = 1.
4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t)=t^3+2t^2,\ t_0=1$.

Вариант 4.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x)=4x-3,\ x_0=-1,\ \Delta x=0{,}1$.
2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x)=2x^2-x,\ x_0=1{,}2,\ x=1{,}4$.
3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x)=1+x^3$ при x_0 = 1.
4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t)=t+t^3,\ t_0=2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №35.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Решение прикладных экстремальных задач».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности учащихся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, таблицы производных элементарных функций, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Какую точку называют критической точкой функции?

б) Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции.

в) Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.

г) Опишите схему исследования функции.

2. С помощью обучающих таблиц повторить планы нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, решения прикладных экстремальных задач и изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля (в таблице).
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

ОБУЧАЮЩИЕ ТАБЛИЦЫ

1. Наименьшее и наибольшее значения функции.

Задание. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x^4 - 2x^2 - 3$ на промежутке $[0; 2]$.

№ шага	План нахождения y_{min} и y_{max} на $[a; b]$	Применение плана
1	Находим производную функции	$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$
2	Находим критические точки функции	$y' = 0$, $4x(x^2 - 1) = 0$, $x = 0$ или $x^2 - 1 = 0$, $x = -1; 0; 1$ - критические точки функции
3	Выбираем критические точки, лежащие внутри $[a; b]$	$0; 1 \in [0; 2]$
4	Находим значения функции в критических точках (внутри данного отрезка) и на концах отрезка	$y(0) = -3$ $y(1) = 1 - 2 - 3 = -4$ $y(2) = 16 - 8 - 3 = 5$
5	Из найденных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее	$y_{min} = y(1) = -4$, $y_{max} = y(2) = 5$

Примеры. Применяя указанный выше план, найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на промежутке $[a; b]$, если:

1) $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $[0; 4]$; 2) $f(x) = 3x^2 - x^3$, $[-1; 3]$;

3) $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 2$, $[-1; 1]$; 4) $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x$, $[0; 2]$;

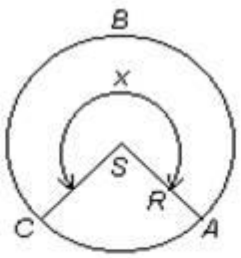
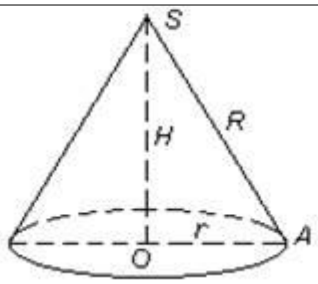
5) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$, $[-2; 2]$;

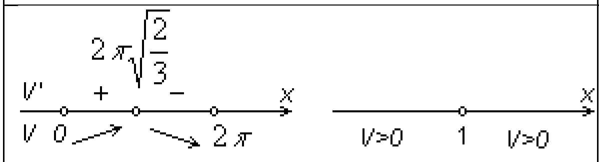
6) $f(x)=tgx+ctg2x$, $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$; 7) $f(x)=x+cos^2 x$, $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$; 8) $f(x)=2x^2-\ln x$, $[1;e]$;

9) $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x^2+16}}$, $[-3;3]$.

2. Геометрические задачи на нахождение оптимальных значений величин.

Задание. Из кружка жести радиуса R вырезается сектор и из оставшейся части круга делается коническая воронка. При какой величине угла вырезаемого сектора объём воронки будет наибольшим?

№ шага	План решения	Применение плана
 	Строим рабочий чертеж	
	Записываем исходную формулу для вычисления величины, экстремальное значение которой требуется найти	$V_к=\frac{1}{3}\pi r^2 H$
	Вводим переменную величину x и выражаем через неё значения всех величин исходной формулы	Пусть x – величина центрального угла оставшегося сектора, тогда $\lvert\cup ABC\rvert=Rx$ и $\lvert\cup ABC\rvert=2\pi r$, значит $2\pi r=Rx$ и $r=\frac{Rx}{2\pi}$. Высота воронки $H=\sqrt{R^2-r^2}=\frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-x^2}$
	Подставляя найденные значения величин в формулу, представляем её как	$V=\frac{1}{3}\pi\cdot\frac{R^2x^2}{4\pi^2}\cdot\frac{R}{2\pi}\cdot\sqrt{4\pi^2-x^2}$,

	функцию аргумента *x*	$V = \frac{R^3}{24\pi^2}\sqrt{4\pi^2 x^2 - x^6}$
	Задаем (по смыслу задачи) область определения функции	$0 < x < 2\pi$, $D(V) = (0; 2\pi)$
	Функцию аргумента *x* исследуем на экстремум на найденном числовом промежутке	$V'(x) = \frac{R^3 x^3 (8\pi^2 - 3x^2)}{24\pi^2\sqrt{4\pi^2 x^4 - x^6}}$ $V'(x) = 0$ $8\pi^2 - 3x^2 = 0$ $x = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$ $V_{max} = V(2\pi\sqrt{\frac{2}{3}})$
	Записываем ответ	Величина вырезаемого угла равна $2\pi - 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 66^0$

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3x$ на отрезке $[-0,5; 0,5]$.
2. Из квадратного листа жести со стороной 12 м надо изготовить бак с квадратным основанием без крышки наибольшего объема. Найдите размеры бака и его объем.

Вариант 2.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[-1; 1]$.
2. Какой из прямоугольников с периметром *2p* имеет наибольшую площадь?

Вариант 3.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$ на отрезке $[-0,5; 0,7]$.
2. Разность двух чисел равна 8. Каковы должны быть эти числа. Чтобы произведение куба первого числа на второе было наименьшим?

Вариант 4.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[0; 3]$.

2. Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м. И площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки?

<u>Вариант 5.</u>

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^4+2x^2+3$ на отрезке $[-2;0]$.
2. Из куска картона 32 см $\times$ 20 см требуется изготовить открытую сверху коробку наибольшей вместимости, вырезая по углам квадраты и затем, загибая выступы для образования боковых сторон коробки. Найдите объем коробки.

<u>Вариант 6.</u>

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^3-3x$ на отрезке $[-1,5;2]$.
2. Требуется сделать коробку, объем которой должен равняться 108 см^3. Коробка открыта сверху и имеет квадратное дно. Каковы должны быть ее размеры, чтобы на ее изготовление пошло наименьшее количество материала?

<u>Вариант 7.</u>

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[-3;5]$.
2. На странице книги печатный текст должен занимать (вместе с промежутками между строк) 160 см^2. Ширина полей на странице слева и справа должна быть равна 2 см, а сверху и снизу – 5 см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то каковы должны быть наиболее выгодные размеры страницы?

<u>Вариант 8.</u>

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^4+2x^2+3$ на отрезке $[0;4]$.
2. Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону $s(t)=5t+2t^2-\frac{2}{3}t^3$, где t – время в секундах, s – путь в метрах. В какой момент времени t скорость движения точки будет наибольшей и какова величина этой наибольшей скорости?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ: "ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ".

1 вариант	2 вариант
1. $y=(3x^2-x)(4-x^3)$,	1. $y=(5x^2-x)(2-x^2)$,

№ 1. Найти производную функции:

2. $y = \frac{5 - 2x^3}{6x^2}$,

3. $y = \ln(Sinx + 4)$.

2. $y = \frac{6x^2}{5 + 2x^3}$,

3. $y = Sin(Cosx - 3)$.

№ 2. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 - 1$.

Найти скорость и ускорение тела

через 2 секунды.

через 3 секунды.

№ 3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = x^3 - 5x$

в точке $x_0 = -2$.

в точке $x_0 = -3$.

№ 4. Исследовать функцию и построить график:

$y = 3x^2 - 2x^3$.

$y = 2x^3 - 3x^2$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ "ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ".

I вариант

II вариант

№ 1. Вычислить интегралы:

I вариант:

а) $\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 1)dx =$

б) $\int_0^1 (2x^3 - 1)^4 x^2 dx =$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{Sinx} Cosxdx =$

II вариант:

а) $\int_2^3 (3x^2 - 4x - 1)dx =$

б) $\int_0^1 (x^2 + 1)^3 xdx =$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{Cosx} Sinxdx =$

№ 2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 4 - x^2$, $y = 0$;

б) $y = x^2 - 6x + 9$, $y = x - 3$.

а) $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$;

б) $y = x^2 - 8x + 16$, $y = 6 - x$.

№ 3. Скорость движения точки $V = 24t - 6t^2$ м/с.

Найдите путь, пройденный точкой

за 3 с от начала движения.

за 3-ю секунду.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 38

Показательные уравнения и неравенства.

Цель работы: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

Опр.

Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

1) Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

Пример

$5^x = 625 \Rightarrow 5^x = 5^4 \Rightarrow x = 4.$ *Ответ*: $x = 4$

2) Уравнения вида $2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 4$ решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида $7^{2x} - 48 \cdot 7^x = 49$ решаются с помощью подстановки $a^x = y$, сводится к квадратному.

Пример

Решить уравнение: $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

Решение:

$5^x = y$,

$5y^2 - 26y + 5 = 0$,

D = 169 – 25 = 144,

$y_1 = 5$ $y_2 = 1/5$

$5^x = 5$

$x - 1$,

$5^x = 1/5$

$x = -1$

Ответ: $x = 1$ и $x = -1$

4) При решения уравнения вида $a^x = b^x$ обе части уравнения необходимо разделить на b^x, т.к. $b^x \neq 0$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0$$

.

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида $a^x \succ a^b$ или $a^x \prec a^в$

Если $a > 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x > b$

Если $0 < a < 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x < b$

<u>*Пример*</u> Решить неравенство: $\left(\sqrt{5}\right)^{4-x} \geq \frac{1}{125}$

<u>*Решение*</u>:

$5^{(4-x)/2} \geq 5^{-3}$, $a = 5$, сравним показатели $(4 - x)/2 \geq -3$, $4 - x \geq -6$, $-x \geq -10$, $x \leq 10$

Ответ: $x \leq 10$

1 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; б) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$; в) $0{,}2^{x^2+4x-5} = 1$

г) $4^x + 2^x - 20 = 0$; д) $\left(\sqrt{10}\right)^x = 10^{x^2-x}$

2. Решить неравенство:

а) $7^{x-2} > 49$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$; в) $9^x - 3^x - 6 > 0$; г) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6} < \frac{1}{5}$; д) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$.

2 вариант

1. Решить уравнение:

а) $0{,}1^{2x-3}=10$; б) $2^{x+3}-2^{x+1}+\ =12$; в) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3}=1$

г) $9^x+3^x-6=0$; д) $100^{x^2-1}=10^{1-5x}$

2. Решить неравенство:

а) $3^{x-2}>9$; б) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x>\frac{5}{6}$; в) $4^x-2^x<12$; г) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6}>\frac{1}{9}$; д) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4}\le 1$.

Практическая работа № 40. Логарифмические уравнения и неравенства.

Цель работы: применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

Опр.

Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

Пример Решить уравнение $\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3$

Решение

$\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3 \qquad 3=\log_2 8$

$\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=\log_2 8$

$(x+1)\cdot(x+3)=8$

$x^2+4x+3=8$

$x^2+4x-5=0$

$x_1=1,\quad x_2=-5$

Проверка

$x=1 \qquad \log_2(1+1)+\log_2(1+3)=\log_2 2+\log_2 4=1+2=3$ - левая часть

$3=3 \quad \Rightarrow \quad x = 1$ – корень уравнения

$x=-5 \quad \log_2(-5+1)+\log_2(-5+3)=\log_2(-4)+\log_2(-2)$ - левая часть не имеет смысла $\Rightarrow$

$x = -5$ не является корнем

Ответ: $x = 1$

При решении простейших логарифмических неравенств типа $\log_a x \succ \log_a b$ необходимо использовать следующее правило:

Если $a > 1$, то знак неравенства не меняется , т.е. $x > b$

Если $0 < a < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. $x < b$.

При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

Пример Решить неравенство $\lg(x+1) \le 2$

Решение

$$\lg(x+1) \le 2 \qquad 2 = \lg 100$$
$$\lg(x+1) \le \lg 100$$
$$a = 10, \quad a \succ 1 \quad \Rightarrow \quad x+1 \le 100$$
$$x \le 99$$

Область определения: $x + 1 > 0$

$x > -1$

Общее решение: $\begin{cases} x \le 99, \\ x \succ -1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad -1 \prec x \le 99$ *Ответ:* $-1 \prec x \le 99$

1 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\log_5(2x-1) = 2$; *б*) $\lg(x-1)+\lg x = 0$; *в*) $\log_5 \dfrac{1-2x}{x+3} = 1$; *г*) $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$

2. Решить неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3) > \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x-5) > 1$ в) $\log_{\frac{1}{6}}(10-x) + \log_{\frac{1}{6}}(x-3) \geq -1$;

г) $\log_8(x^2-4x+3) < 1$ ____

___

2 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\log_4(2x+3) = 3$; *б)* $\log_2(x-2) + \log_2(x-3) = 1$; *в)* $\log_4 \frac{4+2x}{x-5} = 2$; *г)* $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$

2. Решить неравенство:

а) $\lg(3x-4) < \lg(2x+1)$; *б)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) > 2$; *в)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) + \log_{\frac{1}{2}}(9-x) \geq -3$

$\log_6(x^2-3x+2) \geq 1$

Практическая работа № 41.

Метод интервалов.

Цель работы: Повторить следующие темы:
1.определение степени с рациональным показателем, корень n-ой степени и их свойства;
2. решение неравенств методом интервалов;
3. методы решения иррациональных уравнений и неравенств

Оборудование:карты индивидуальных заданий, калькулятор.
Порядок выполнения работы:
1.Ответить на контрольные вопросы
2. Используя указания к практической работе,
решить задания своего варианта
3.Оформить решени

Метод интервалов

№ 2. Решить неравенство:

$$\frac{2}{x} - \frac{9}{x^2+3x} + \frac{x}{x+3} \leq 0$$

Решение:

Приведём сначала неравенство к виду, позволяющему применить метод интервалов. Для этого в знаменателе второй дроби вынесем x за скобки:

$$\frac{2}{x} - \frac{9}{x(x+3)} + \frac{x}{x+3} \leq 0$$

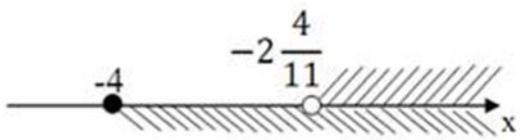
Приведем к общему знаменателю заданные дроби:

е

$x \in \left(-2\frac{4}{11}; +\infty\right)$

c. Теперь определим общее решение системы $\begin{cases} x \in [-4; +\infty) \\ x \in \left(-2\frac{4}{11}; +\infty\right) \end{cases}$

Для этого нанесем решения неравенств на одну прямую:



Значит $x \in \left(-2\frac{4}{11}; +\infty\right)$

Решением совокупности двух систем является объединение решений этих систем

$x \in (-\infty; -4) \cup \left(-2\frac{4}{11}; +\infty\right)$

Ответ. $x \in (-\infty; -4) \cup \left(-2\frac{4}{11}; +\infty\right)$

Контрольные вопросы:

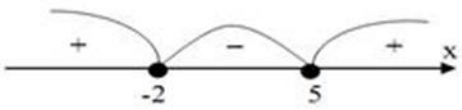
1) Что такое степень с натуральным показателем? Целым? Рациональным? Перечислите основные свойства степеней
2) дать определение арифметического квадратного корня; какие утверждения следуют из определения арифметического квадратного корня?
3) какой основной метод решения иррациональных уравнений?
4) назовите основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств
5) что такое ОДЗ?
6) Как решаются неравенства методом интервалов? Когда знаки на интервалах чередуются? А когда нет? (сформулируйте правило чередования знаков)
7) Назовите основные виды иррациональных неравенств?

b. $(x+2)(x-5) \geq 0;$

<u>Нули:</u> $(x+2)(x-5) = 0$

$x = -2$ или $x = 5$

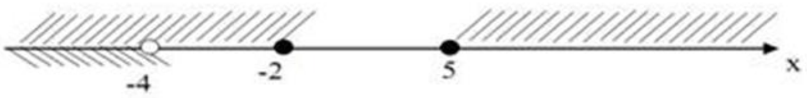
Нанесем нули на числовую прямую в порядке возрастания и определим знаки на каждом интервале:



$$x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$$

c. Теперь определим общее решение системы $\begin{cases} x \in (-\infty; -4) \\ x \in (-\infty; -2] \cup [5; +\infty) \end{cases}$

Для этого нанесем решения неравенств на одну прямую:



Значит $x \in (-\infty; -4)$

2. Решим вторую систему неравенств: $\begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ \left(\sqrt{(x+2)(x-5)}\right)^2 > (x+4)^2 \end{cases}$

a. $x + 4 \geq 0;$ $\qquad x \geq -4;$ $\qquad x \in [-4; +\infty)$

b. $\left(\sqrt{(x+2)(x-5)}\right)^2 > (x+4)^2;$

$x^2 - 5x + 2x - 10 > x^2 + 8x + 16$

$x^2 - 5x + 2x - 10 - x^2 - 8x - 16 > 0$

$-11x - 26 > 0$

$-11x < 26$

$x > -\frac{26}{11} = -2\frac{4}{11}$

1 ВАРИАНТ

1. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1) $\sqrt{X+1} > 3$

2) $\sqrt{(X+2)^2} < 1$

3) $\sqrt{X^2-3X+2} > 2$

2 ВАРИАНТ

1. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1) $\sqrt{X-2} < 3$;

2) $\sqrt{(X-1)^2} > -2$

3) $\sqrt{X^2+3X} < 2$

3 ВАРИАНТ

1 РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1) $\sqrt{X+4} > 5$

2) $\sqrt{(X-2)^2} < 1$

3) $\sqrt{X^2-3X} > 0$

4 ВАРИАНТ

1. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1) $\sqrt{X-1} < 4$

2) $\sqrt{(X+3)^2} > 0$

3) $\sqrt{X^2-3X+2} < 2$

5 ВАРИАНТ

1 РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1) $\sqrt{X+6} > 7$

2) $\sqrt{(X-1)^2} < 5$

3) $\sqrt{X^2-5X+6} > 0$

6 ВАРИАНТ

1. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

1) $\sqrt{X-4} < 3$

2) $\sqrt{(X+1)^2} > -6$

3) $\sqrt{X^2-3X} < 0$

Иррациональные неравенства

Пример. Решить неравенство:

$$\sqrt{(x+2)(x-5)} > x+4$$

Имеем иррациональное неравенство вида (5) из таблицы «Решение иррациональных неравенств». Для его решения необходимо составить совокупность систем неравенств:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+4<0 \\ (x+2)(x-5)\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+4\ge 0 \\ \left(\sqrt{(x+2)(x-5)}\right)^2 > (x+4)^2 \end{cases} \end{array}\right.$$

1. Решим первую систему неравенств: $\begin{cases} x+4<0 \\ (x+2)(x-5)\ge 0 \end{cases}$

   a. $x+4<0$; $x<-4$; $x\in(-\infty;-4)$

$$\frac{2(x+3)-9+x\cdot x}{x(x+3)}\le 0$$

$$\frac{2x+6-9+x^2}{x(x+3)}\le 0$$

$$\frac{x^2+2x-3}{x(x+3)}\le 0$$

Рассмотрим функцию $f(x)=\frac{x^2+2x-3}{x(x+3)}$

Найдем нули и точки разрыва этой функции:

Нули:

$$x^2+2x-3=0$$

$$D=2^2-4\cdot 1\cdot(-3)=4+12=16=$$
$$=4^2$$

$x_1=\frac{-2+4}{2}=1 \qquad x_2=\frac{-2-4}{2}=-3$

Точки разрыва:

$$x(x+3)=0$$

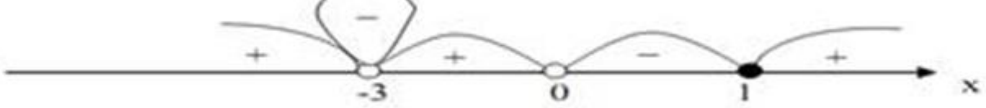
$x=0$ или $(x+3$

$x=-$

Нанесём найденные точки на числовую прямую в порядке возраста разрыва функции на прямой «выколоты»). Функцию разложим на линей тели:

$$f(x)=(x-1)(x+3)x(x+3)=x(x-1)(x+3)^2$$

Точка x=-3 двойная (один из множителей в разложении в четной ст этому на прямой в этой точке рисуем петлю:



Для определения знака на одном из интервалов, возьмем любую точку, например x=2 и подставим это число вместо x в выражение $f(x)$:

$2(2-1)(2+3)^2=2\cdot 1\cdot 25>0$. Ставим в крайнем интервале знак чередуем знаки, проходя через петлю.

Выберем на числовой прямой те промежутки, знак которых совпадае неравенства. Это промежуток $x\in(0;1]$, который и является решением неравенства.

$$\frac{2(x+3)-9+x\cdot x}{x(x+3)} \le 0$$

$$\frac{2x+6-9+x^2}{x(x+3)} \le 0$$

$$\frac{x^2+2x-3}{x(x+3)} \le 0$$

Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x(x+3)}$

Найдем нули и точки разрыва этой функции:

Нули:

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 =$
$= 4^2$

$x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1 \qquad x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3$

Точки разрыва:

$x(x+3) = 0$

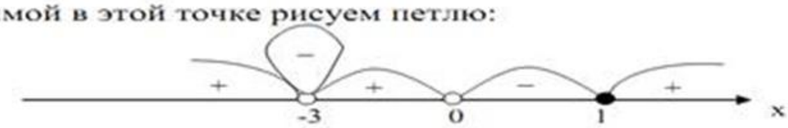
$x = 0$ или $(x+3) = 0$

$x = -3$

Нанесём найденные точки на числовую прямую в порядке возрастания (точки разрыва функции на прямой «выколоты»). Функцию разложим на линейные множители:

$$f(x) = (x-1)(x+3)x(x+3) = x(x-1)(x+3)^2$$

Точка x=-3 двойная (один из множителей в разложении в <u>четной</u> степени), поэтому на прямой в этой точке рисуем петлю:



Для определения знака на одном из интервалов, возьмем любую «удобную» точку, например x=2 и подставим это число вместо x в выражение $f(x)$:

$2(2-1)(2+3)^2 = 2 \cdot 1 \cdot 25 > 0$. Ставим в крайнем интервале знак «+», затем чередуем знаки, проходя через петлю.

Выберем на числовой прямой те промежутки, знак которых совпадает со знаком неравенства. Это промежуток $x \in (0; 1]$, который и является решением заданного неравенства.

Метод интервалов

№ 2. Решить неравенство:

$$\frac{2}{x} - \frac{9}{x^2+3x} + \frac{x}{x+3} \le 0$$

Решение:

Приведём сначала неравенство к виду, позволяющему применить метод интервалов. Для этого в знаменателе второй дроби вынесем x за скобки:

$$\frac{2}{x} - \frac{9}{x(x+3)} + \frac{x}{x+3} \le 0$$

Приведем к общему знаменателю заданные дроби:

Практическая работа № 42.

Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»

Методические указания

Опр.

Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

1) Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

2) Уравнения вида решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида решаются с помощью подстановки ax = y , сводится к квадратному.

Пример Решить уравнение: 52x + 1 – 26 · 5x + 5 = 0

Решение:

5x = y,
5y2 – 26y + 5 = 0,
D = 676 – 4·25 = 576,
y1 = 5, y2 =
5x = 5
x = 1,
5x =
x = – 1

Ответ: x = 1 и x = –1

4) При решения уравнения вида обе части уравнения необходимо разделить на , т.к. ≠ 0

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида b

или

Если a > 1 и b, то x > b

Если 0 < a < 1 и b , то x < b

Пример Решить неравенство: img29

Решение:

5(4–x)/2 > 5–3, a = 5, сравним показатели (4 – x)/2 > –3, 4 – x > –6, –x > –10, x < 10

Ответ: x < 10

Опр.

Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому

Пример Решить уравнение

Решение

Проверка

- левая часть

3=3 x = 1 – корень уравнения

- левая часть не имеет смысла

x = -5 не является корнем

Ответ: x = 1

При решении простейших логарифмических неравенств типа необходимо использовать следующее правило:

Если a > 1, то знак неравенства не меняется , т.е. x > b

Если 0 < a < 1, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. x < b.

При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

Пример Решить неравенство

Решение

Область определения: x + 1 > 0

x > -1

Общее решение: Ответ:

1 вариант.

Тема: Решение показательных уравнений и неравенств.

2. Решить уравнение:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; б) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$; в) $0{,}2^{x^2+4x-5} = 1$

г) $4^x + 2^x - 20 = 0$; д) $\left(\sqrt{10}\right)^x = 10^{x^2-x}$

2. Решить неравенство:

а) $7^{x-2} > 49$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$; в) $9^x - 3^x - 6 > 0$; г) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6} < \frac{1}{5}$; д) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$.

2 вариант

Тема: Решение показательных уравнений и неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Решить уравнение:

а) $0{,}1^{2x-3} = 10$; б) $2^{x+3} - 2^{x+1} + \ = 12$; в) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1$

г) $9^x + 3^x - 6 = 0$; д) $100^{x^2-1} = 10^{1-5x}$

2. Решить неравенство:

а) $3^{x-2} > 9$; б) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x > \frac{5}{6}$; в) $4^x - 2^x < 12$; г) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6} > \frac{1}{9}$; д) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \le 1$.

Контрольная работа по теме «Объем и площадь поверхности».

Вариант 1

1. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45^0. Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найдите объем пирамиды.
2. Найдите объем и площадь поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 6 см и гипотенузой 10 см вокруг большего катета.
3. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, в основании которого прямоугольник со сторонами 9 см и 6 см, равна 408 $см^2$. Найдите объем параллелепипеда.
4. Три одинаковых металлических куба с ребрами по 4 см сплавлены в один куб. Определите полную поверхность этого куба и его массу, если плотность металла равна 8,4 $г/см^3$.
5. Сколько шариков диаметром 2 см можно отлить из металлического куба с ребром 4 см?

Вариант 2

1. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол 60^0. Высота пирамиды равна 3 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
2. Найдите объем и площадь поверхности тела, полученного при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом 6 см вокруг его оси симметрии.
3. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 136 $см^2$, стороны основания 4 см и 6 см,. Найдите объем параллелепипеда.
4. Два металлических куба с ребрами 1 см и 2 см сплавлены в один куб. Определите полную поверхность этого куба и его массу, если плотность металла равна 8,4 $г/см^3$.
5. Сколько кубиков с ребром 2 см можно отлить из металлического шара диаметром 4 см?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №44.

Самостоятельная работа по теме «Элементы теории вероятности».

Вариант 1

1. В коробке лежат 6 яблок и 14 груш. Какова вероятность того, что взятый наудачу оттуда

фрукт окажется яблоком?

2. В партии из 23 деталей находятся 10 бракованных. Вынимают из партии наудачу две детали. Определить, какова вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окажется бракованной.

3. Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 50. Какова вероятность того, что взятый наудачу студентом билет, содержащий 2 вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов?

4. В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются один за другим 2 фрукта. Какова вероятность, что оба фрукта – апельсины?

Вариант 2

1. Пишется наудачу некоторое двузначное число. Какова вероятность того, что в этом числе на последнем месте окажется цифра 0?

2. На складе находятся 26 деталей из которых 13 стандартные. Рабочий берет наугад три детали. Определить вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окажется стандартной.

3. В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются 3 фрукта. Какова вероятность, что все три фрукта – апельсины?

4. В коробке лежат 6 яблок и 14 груш. Наудачу выбираются один за другим 2 фрукта. Какова вероятность, что оба фрукта – груши?

5. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине

Дифференциальный зачет 1 семестр

ВАРИАНТ 1

1.

1.Вычислить:

$$\left(\frac{5}{6}-0{,}75\right)\left[\left(\frac{7}{18}:\frac{14}{27}\cdot\frac{7\frac{2}{3}-6\frac{8}{15}\cdot\frac{5}{14}}{8\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{7}-1\frac{1}{6}}-0{,}25\right)\right]+\frac{13}{8}$$

2. Вычислите $i^8+i^{40}+i^{30}+2i^2-i^{52}$.

3. Вычислить: $\sqrt[3]{2^6\cdot 0{,}5^3}$

4. *Ребро куба равно 8 см. Найдите:*

а) диагональ куба;

б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

5. Решить логарифмическое неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(x+6)+\log_{\frac{1}{3}}x > -3$

6. $25^x + 10\cdot 5^{x-1} - 3 = 0$;

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить:

$$\frac{4.5:\left[47{,}375-\left(26\frac{1}{3}-18\cdot 0{,}75\right)\cdot 2{,}4:0{,}88\right]}{17{,}81:1{,}37-23\frac{2}{3}:1\frac{5}{6}}$$

2 Вычислить: $2i^6+i^{20}+i^{30}+i^{36}+i^{54}$.

3 Вычислить $\sqrt[5]{32\cdot 7^2}\cdot\sqrt[5]{7^3}$

4. *В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дано: AB=BC=$4\sqrt{2}$ см., BD_1=16 см. Найдите:*
а) расстояние между прямыми BD_1 и AA_1;

б) угол между прямой BD_1 и плоскостью ABC.

5. РЕШИТЬ НЕРАВЕНСТВО

7. РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ

3^{2x}-12*3^{x}+27=0

Ответы

№ задания	Вариант1	Вариант2	Число баллов
1	$-\frac{31}{48}$	$1\frac{5}{39}$	**7**
2	**0**	**-2**	**2**
3	**2**	**14**	**1**
4	$8\sqrt{3}; 64\sqrt{2}$	**60**	**10**
5	**x€(0;4]**	**x€(-1,2;0,4)**	**3**
6	**X=0**	**X1=1;x2=2**	**2**

5- за 25-23 балла
4- за 20-22 балла

3- за 15-19 баллов

2-за <18 баллов
Экзаменационный материал

Экзаменационный материал

ВВЕДЕНИЕ

Экзамен по математике проводится письменно за счет времени, выделяемого ФГОС СПО на промежуточную аттестацию, с использованием экзаменационных материалов в виде набора контрольных заданий, требующих краткого ответа и/или полного решения. На выполнение письменной экзаменационной работы по математике дается 3 астрономических часа (180 минут).
Письменная экзаменационная работа по математике составляется из 2-х частей: обязательной и дополнительной. В обязательную часть включены задания минимально обязательного уровня, в дополнительную часть - более сложные.
В обязательную часть работы включаются задания базового уровня по всем основным разделам требований ФГОС - геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей, комбинаторика и статистика.
При выполнении заданий обязательной части обучающиеся должны продемонстрировать базовую математическую компетентность. Задания этой группы проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную в графиках и таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, умение ориентироваться в простейших геометрических конструкциях, владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приемов решения задач и пр.), умение пользоваться математической записью, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.
Обязательная часть содержит 15 заданий.
Дополнительная часть направлена на проверку владения материалом на повышенном уровне и умение решать математические задачи, не сводящиеся к прямому применению алгоритма. Эта часть содержит 5 заданий повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики.
При выполнении всех заданий дополнительной части обучающимся требуется представить описание хода решения задачи и полученный ответ.
За правильное выполнение любого задания из обязательной части обучающийся получает один балл.

При выполнении задания из обязательной части, где необходимо привести краткое решение, за неполное решение задания (вычислительная ошибка, описка) выставляется 0,5 балла.
Если обучающийся приводит неверное решение, неверный ответ или не приводит никакого ответа, он получает 0 баллов.
За каждое задание дополнительной части максимально можно получить 3 балла.
Максимальное количество баллов за весь экзамен - 30 баллов.
За выполнение любого задания из дополнительной части используются следующие критерии оценки заданий:

Содержание критерия

	баллы
Приведено верное обоснованное решение, приведен правильный ответ	3
Приведено верное решение, но допущена вычислительная ошибка или описка, при этом может быть получен неверный ответ	2
Решение начато логически верно, но допущена ошибка, либо решение не доведено до конца, при этом ответ неверный или отсутствует	1
Неверное решение, неверный ответ или отсутствие решения	0

Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются

Число баллов, необходимое для получения отметки	Отметка
15- 20	**«3» (удовлетворительно)**
21- 25	**«4» (хорошо)**
26 - 30	**«5» (отлично)**

Примерный вариант экзаменационной работы по математике за 1 курс

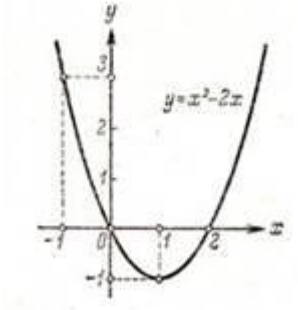
Обязательная часть

При выполнении заданий 1-5 запишите ход решения и полученный ответ.

1) (1 балл) Стоимость одной поздравительной открытки 20 рублей. Сколько открыток можно будет купить на 700 рублей во время распродажи, если скидка составляет 35%?

2) (1 балл) Вычислите значение выражения $9^{-1}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}-\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$.

3) (1 балл) Решите уравнение $\sqrt{9-2x}=7$.



4) (1 балл) Решите систему уравнений $\begin{cases}3x+5y=14,\\2x-4y=-20.\end{cases}$

5) (1 балл) Найдите значение выражения $\log_{12}288-\log_{12}2$.

При выполнении заданий 6-9, используя график функции $y = x^2 - 2x$
(см. рис. ниже) определите и запишите полученный ответ.

6) (1 балл) Четность, нечетность функции.
7) (1 балл) Нули функции.
8) (1 балл) Множество значений функции.
9) (1 балл) При каких значениях x, $f(x) > 0$.

При выполнении заданий 10-15 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

10) (1 балл) Найдите значение $\sin\alpha$, если известно, что $\cos\alpha = -\frac{40}{41}$ и $\alpha \in III$ четверти.

11) (1 балл) Найдите нули функции $y = 6x^2 + x - 7$.

12) (1 балл) Найти производную функции $f(x) = x^5 + x^2 - 2x + 1$

13) (1 балл) В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $BD_1 = 3$ и $CD = 2$, $AD = 2$. Найдите длину ребра AA_1.

14) (1 балл) (1 балл) Решите уравнение $\log_{\frac{1}{7}}(5 - 4x) = -2$.

15) (1 балл) Найдите область определения функции $y = \sqrt{9 - 2x}$.

Дополнительная часть

При выполнении заданий 16-22 запишите ход, обоснование решения и полученный ответ.

16) (3 балла) Сколькими способами можно выбрать 5 человек на 5 различных должностей из 12 кандидатов на эти должности?

17) (3 балла) Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-5x} = 128$.

18) (3 балла) В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S вершина, $SO = 4$, $AC = 6$. Найдите боковое ребро SC.

19) (3 балла) Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(7 - 4x) \geq -3$.

20) (3 балла) Найдите наибольшее значение функции $y = -2x^2 - 8x - 12$ на отрезке $[-1; 7]$

1 Вариант

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-5 запишите ход решения и полученный ответ.

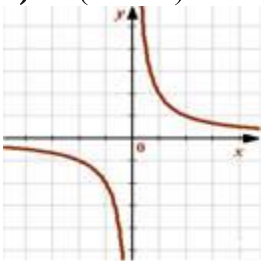
1) (1 балл) Стоимость проезда в электричке составляет 240 рублей. После нового года ожидается повышение стоимости на 15%. Сколько будет стоить проезд после нового года?

2) (1 балл) Вычислите значение выражения $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} - 2^3 \cdot 3^{-2}$.

3) (1 балл) Решите уравнение $\sqrt{-5x + 15} = 3$.

4) (1 балл) Решите систему уравнений $\begin{cases} 5x-3y=1 \\ 2x+y=7 \end{cases}$

5) (1 балл) Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{3}} 36 - \log_{\frac{1}{3}} 4$.



При выполнении заданий 6-9, используя график функции $y=\frac{2}{x}$ (см. рис. ниже) определите и запишите полученный ответ.

6) (1 балл) Нули функции.

7) (1 балл) Четность, нечетность функции.

8) (1 балл) Область определения функции.

9) (1 балл) Множество значений функции.

При выполнении заданий 10-15 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

10) (1 балл) Найдите значение $\cos\alpha$, если известно, что $\sin\alpha = -\frac{12}{13}$ и $\alpha \in III$ четверти.

11) $y=3x^2-x-2$. (1 балл) Найдите нули функции

12) (1 балл) Найти производную функции $f(x)=3x^2-3x+5$

13) (1 балл) В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S вершина, $SO=4$, $AC=6$. Найдите боковое ребро SC .

14) (1 балл) Решите уравнение sin 2*x* = 0.

15)(1 балл) Найдите область определения функции $y=\frac{1}{3-5x}$

Дополнительная часть

При выполнении заданий 16-20 запишите ход, обоснование решения и полученный ответ.

16) (3 балла) В партии деталей 80 изделий высшего сорта, 90 изделий первого сорта и 7 нестандартных. Деталь, выбранную наудачу, проверяют на соответствие стандарту. Найти вероятность того, что она окажется нестандартной.

17) (3 балла) Найдите корень уравнения $\log_2 x + \log_4(x+2) = 2$.

18) (3 балла) Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 6, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

19) (3 балла) Решите неравенство $\left(\frac{1}{8}\right)^{0,1x-1} \le 16$.

20) (3 балла) Найти экстремумы функции y(x) = $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 17$, выяснить их род.

2 Вариант

Обязательная часть

При выполнении заданий 1-5 запишите ход решения и полученный ответ.

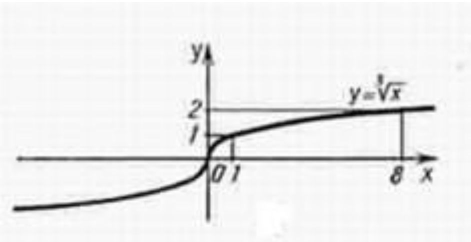
1) (1 балл) Коробка конфет стоит 60 рублей. Какое наибольшее количество коробок можно купить на 400 рублей вовремя распродажи, когда скидки составляет 20%

2) (1 балл) Вычислите значение выражения $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} - 4^{-2}\cdot 8^{0}$.

3) (1 балл) Решите уравнение $\sqrt{-4x-12} = 6$.

4) (1 балл) Решите систему уравнений $\begin{cases} -3x+2y=5 \\ 4x-y=-10 \end{cases}$

5) (1 балл) Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_4 3}$.



При выполнении заданий 6-9, используя график функции $y=\sqrt[3]{x}$ (см. рис. ниже) определите и запишите полученный ответ.

6) (1 балл) Значения переменной *x*, при $y<0$.
7) (1 балл) Четность, нечетность функции.
8) (1 балл) Область определения функции.
9) (1 балл) Нули функции.

При выполнении заданий 10-15 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

10) $y=-5x^2-13x+6$. (1 балл) Найдите значение $\cos\alpha$, если известно, что $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in II$ четверти.

11) (1 балл) Найдите нули функции

12) (1 балл) Найти производную функции $f(x)=5x^3+3x^2+x+5$

13) (1 балл) В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известно, что $AC_1=13$, $C_1D_1=3$, $B_1C_1=12$. Найдите длину ребра AA_1.

14) (1 балл) Решите уравнение sin 2*x* = -1.

15) (1 балл) Найдите область определения функции $y=\sqrt{4+3x}$

Дополнительная часть

При выполнении заданий 16-20 запишите ход, обоснование решения и полученный ответ.

16) (3 балла) В магазин поступило 26 телевизоров, 4 среди которых имеют скрытые дефекты. Наудачу отбираются 2 телевизора для проверки. Какова вероятность того, что оба они не имеют дефектов?

17) (3 балла) Найдите корень уравнения $\lg \lg \lg x = 1$.

18) (3 балла) Найти объем прямоугольного параллелепипеда, диагональ которого равна 13см, а длина сторон основания равны 3см и 4см.

19) (3 балла) Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-5x} - 1 \leq 0$.

20) (3 балла) Найдите наибольшее значение функции $y = -2x^2 - 8x - 12$ на отрезке $[-1; 7]$

Инструкция для обучающихся по выполнению экзаменационной работы

На выполнение письменной экзаменационной работы по математике дается 3 астрономических часа (180 минут).

Экзаменационная работа состоит из 2-х частей: обязательной и дополнительной. Обязательная часть содержат задания минимально обязательного уровня, а дополнительная часть - более сложные задания.

При выполнении большинства заданий обязательной части требуется представить ход решения и указать полученный ответ. Только в нескольких заданиях достаточно представить ответ. За правильное выполнение любого задания из обязательной части Вы получаете один балл. Если Вы приводите неверное решение, неверный ответ или не приводите никакого ответа, получаете 0 баллов за задание.

При выполнении любого задания дополнительной части необходимо подробно описать ход решения и дать ответ.

Правильное выполнение заданий дополнительной части оценивается 3 баллами.

Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь правильно выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

Перед началом работы внимательно ознакомьтесь со шкалой перевода баллов в отметки и обратите внимание, что начинать работу следует с заданий обязательной части.

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
«3» (удов.)	9-15
«4» (хорошо)	16-21
«5» (отлично)	Более 21

Основная учебная, справочная и методическая литература

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы:

Основные источники:

1. Алгебра и начала математического анализа: учебник для 10-11 кл.общеобразоват.учреждений / [А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов, Ю.П.Дудницын и др.]; под ред.А.Н.Колмогорова. – М.: Просвещение, 2008.
2. Богомолов, Н.В. Практические занятия по математике: Учеб. пособие для средних спец. учебных заведений/Н.В.Богомолов. – М.: Высшя школа, 2003.
3. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей: Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2008.
4. Григорьев, С.Г. Математика: учебник для студентов средних проф. учреждений/С.Г.Григорьев, С.В.Задулина; под ред. В.А.Гусева. – М.: Изд. центр "Академия", 2009.
5. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2016: учеб.-метод. пособие/Под ред. Ф.Ф.Лысенко, С.Ю.Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион-М, 2015.
6. Погорелов, А.В. Геометрия 10-11 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни/А.В.Погорелов. – М.: Просвещение, 2010.

Дополнительные источники:

1. Брадис, В.М. Четырехзначные математические таблицы: Для средней школы. – М.: Просвещение, 2010.
2. Геометрия: Учебник для студентов средних проф. учебных заведений/Под ред.Г.Н.Яковлева. – М.:Наука, 2010.
3. Глейзер, Г.Д., Саакян С.М., Алексеев А.С., Вяльцева И.Г. Алгебра и начала анализа: Учеб. пособие для 9-11 кл. вечерней школы. – М.: Просвещение, 2009.
4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 2007.
5. Григорьев, В.Г. Элементы высшей математики: учебник для студентов учреждений среднего проф. образования/В.П.Григорьев, Ю.А.Дубинский. – М.: Изд. центр "Академия", 2007.
6. Гусев, В.А., Мордович, А.Г. Математика: Справочные материалы: Кн.для учащихся. – М.: Просвещение, 2003.

7. Зайцев, И.А. Высшая математика: Учебник для с/х вузов. – М.: Высшая школа, 2008.
8. http://www.problems.ru/.
9. http://www.fipi.ru/.
10. http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/696f5fc4-7f5c-b610-713f-014b7f9c0bc8.
11. http://myefe.ru/mybook/product/matematika-spo.html.
12. http://math.sch878.edusite.ru/p16aa1.html.